

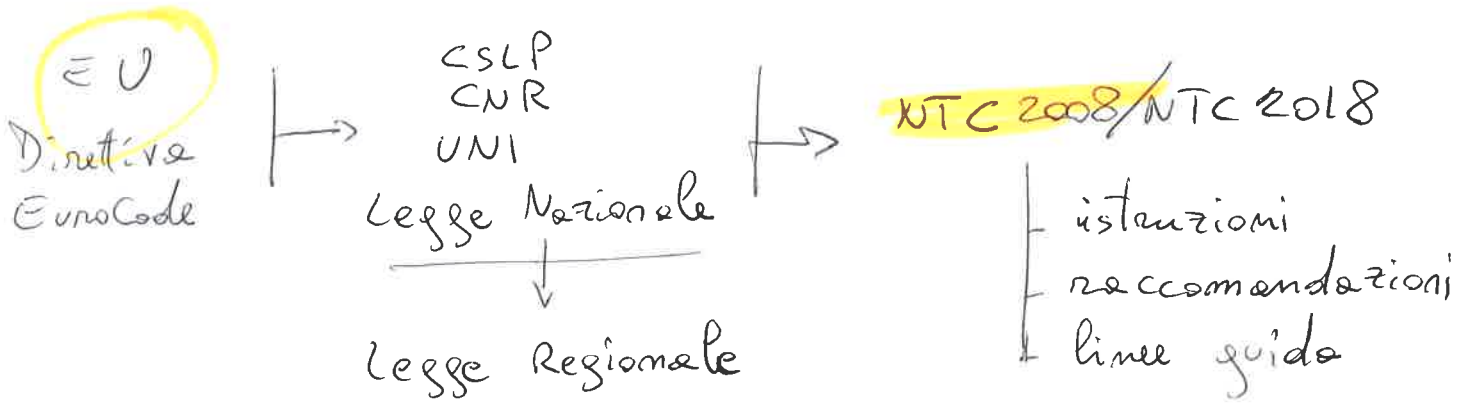
# TEORIA

## Tecnica delle Costruzioni

1. NORMATIVA e IPOTESI INIZIALI
2. CALCESTRUZZO
3. ACCIAIO D'ARMATURA
4. FLESSIONE ELASTICA
5. VISCOSITA' e RITIRO
6. TAGLIO ELASTICO
7. PILASTRO CERCHIATO
8. CAMPI SLU
8. COEFFICIENTI  $\psi$  e  $\lambda$
10. TAGLIO SLU
11. TORSIONE SLU
12. CARICHI e AZIONI
13. FESSURAZIONE



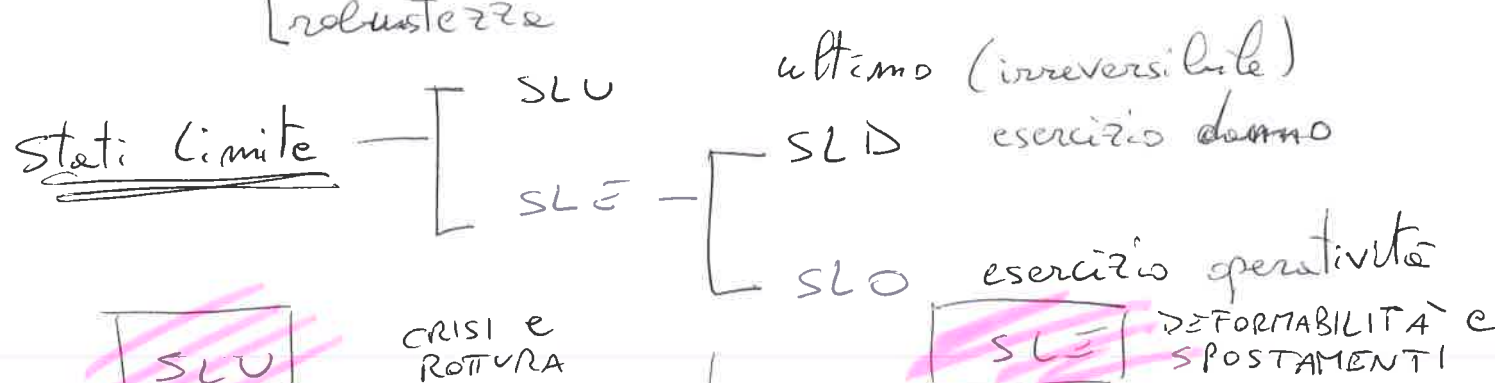
# ① NORMATIVA e IPOTESI INIZIALI



AFFIDABILITÀ STRUTTURALE: la struttura deve essere progettata e realizzata in modo che durante la sua vita di progetto sia in grado di fronteggiare le azioni e soddisfare i requisiti di progetto.

=> Rapporto =  $\frac{\text{capacità resistenza}}{\text{domanda carico}}$   $\left[ \frac{R}{S} \right]$

- Requisiti
- resistenza strutturale
  - funzionalità
  - sicurezza antincendio
  - durabilità
  - robustezza



- SLU CRISI e ROTTURA
- perdita equilibrio
  - deformazioni eccessivi
  - max capacità elemento/struttura/Terrano
  - rottura a fatica
  - rottura usura nel tempo
  - instabilità struttura

- SLF DEFORMABILITÀ e SPOSTAMENTI
- fessure cls
  - deformazioni limitano l'uso
  - deformazioni compromettono l'efficienza
  - vibrazioni
  - danno a fatica
  - corrosione/degrado elementi

VITA UTILE DI PROGETTO (ENSO)  
 VITA NOMINALE (NICO8)

Tempo in anni nel quale si garantisce l'uso della struttura allo scopo di destinazione.

→ METODI CALCOLI PROBABILISTICI

- metodo esatto
  - } fattore sicurezza  $(F_s) \gamma = \frac{R}{S}$
  - } margine sicurezza  $\mu = R - S$

Sperimento:  $P\left\{\frac{R}{S} < 1\right\}$  quindi  $S > R$  si ha "rottura"  
 $P\{R - S < 0\}$  con

\* Il carico sviluppa sollecitazioni sull'elemento \*

- metodo funzionali estremi → metodo non-esatto

R e S sono indipendenti

Rottura per  $P\{R < S\}$

- metodo valori estremi → metodo non-esatto

R e S sono indipendenti, calcolati con valori caratteristici con metodo semi-probabilistico

$R \rightarrow R_k = 5\%$  Gauss di R

$S \rightarrow S_k = 95\%$  Gauss di S

$$\gamma = \frac{R_k}{S_k}$$

per  $\gamma < 1$  rottura

- metodo  $\beta$  → livello z

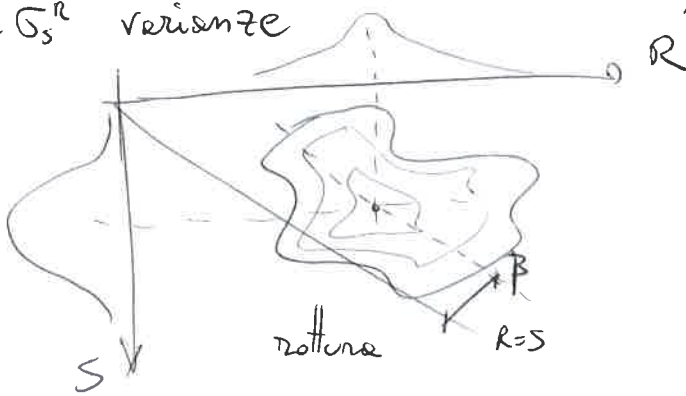
Basato sul margine di sicurezza  $\mu = R - S$

Rottura per  $P\{\mu_0 < \eta_\mu - \beta \sigma_\mu\}$

$$\eta_\mu = \eta_R - \eta_S \text{ medie}$$

$$\sigma_\mu^2 = \sigma_R^2 + \sigma_S^2 \text{ varianze}$$

$$\beta = \frac{\eta_\mu}{\sigma_\mu} = \text{distanza di sicurezza}$$



• metodo coefficienti parziali → livello 1

Passaggio da semi-probabilistico a stati limite

$$(S_k, R_k) \rightarrow (S_d, R_d)$$

valori caratteristici → valori di progetto

Tramite calibrazione di parametri dal metodo  $\beta$

rottura per  $P \{ S_d > R_d \}$

• metodo tensioni ammissibili → livello 0  
metodo esatto

ipotesi analisi:

- R, S indipendenti
- R →  $R_k$  caratteristici (5%)
- S →  $S_n$  nominali

rottura per  $\sigma_{azioni} > \sigma_{amm}$ : verifica le tensioni in relazione alla tensione ammissibile di un elemento resistente.

\* semplicità di utilizzo ma con lacune, si sovradimensiona -  
Vengono trascurati fenomeni indipendenti dal carico, si verifica localmente.

~~metodo stati limite~~

⚠ STATO LIMITE  
Verifica il punto di rottura

- met. tensione ammissibile (tensioni)	$T_s \leq T_r$
- met. coeff. parziali (solicitazioni interne)	$S_s \leq S_r$

Con il metodo di livello 1 si sfruttano maggiormente i materiali. Si basa sul ricavare la capacità portante della struttura caratteristica del materiale e della resistenza delle sezioni.

SLIDE

leggi quadro: norme ~~per~~ di carattere amministrativo per la diffu-  
sione delle competenze e responsabilità, per la documenta-  
zione ufficiale correlata alle opere, per la vigilanza.

Art. ~~10~~ (5/11/71 n. 1086)

Progetto redatto da ingegnere o architetto o geometra o perito industriale  
e edile iscritti agli albi.

Esecuzione sotto la direzione di ingegnere o architetto o geometra  
o perito industriale edile iscritti agli albi.

Responsabilità: progettista

Direttore lavori e costruttore responsabilità della rispondenza  
dell'opera al progetto.

Collaudo da ingegnere nell'albo da almeno 10 anni, esterno  
al cantiere.

DPR 6/6/01 n. 380

costituzione = progetto esecutivo redatto da un tecnico abilitato.

esecuzione = direzione di un tecnico abilitato.

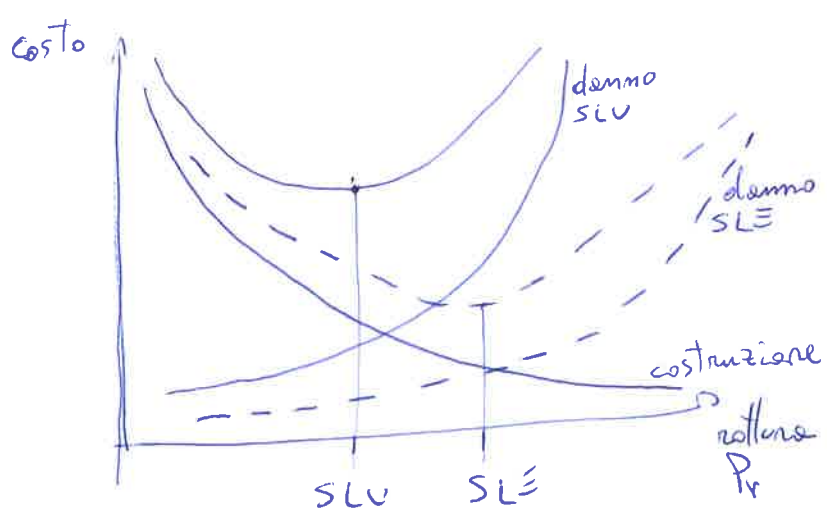
denuncia dei lavori = a sportello unico che invia all'ufficio  
Tecnico regionale competente.

documentazione = triplice copia -

collaudo = entro 60 giorni dalla copertura -

Istanziamenti CNR; Raccomendazioni CEB-FIP, ECCS, ANDIL;

Linee Guida CSLP, Norme di Recupimento UNI



$$\begin{aligned} &Pr(SLE) > Pr(SLU) \\ &\epsilon(SLE) < \epsilon(SLU) \end{aligned}$$

## ② CALCESTRUZZO

Conglomerato cementizio formato da cemento (legante), acqua, inerti ed additivi.

→ Proprietà di alta resistenza a compressione, ma basse a trazione, comportamento fragile a rottura.

Obiettivo: soddisfare caratteristiche prestazionali.

**AGGREGATI**: rocce basaltiche, porfidi, graniti e rocce con  $SiO_2$ ; evitare calcaree e silicati.

classificazione  
dimensione  
( $D = \max$ )  
( $d = \min$ )

aggr. grosso	$\frac{D}{d} \leq 2$ e $D \leq 11,2 \text{ mm}$
	$\frac{D}{d} > 2$ e $D \geq 11,2 \text{ mm}$
fine (sabbia)	$d = 0 \text{ mm}$ $D \leq 4 \text{ mm}$
mix naturale	$d = 0 \text{ mm}$ $D = 8 \text{ mm}$
aggr. misto	$d = 0 \text{ mm}$ $D \leq 45 \text{ mm}$
filler	$d = 0 \text{ mm}$ $D \leq 0,065 \text{ mm}$



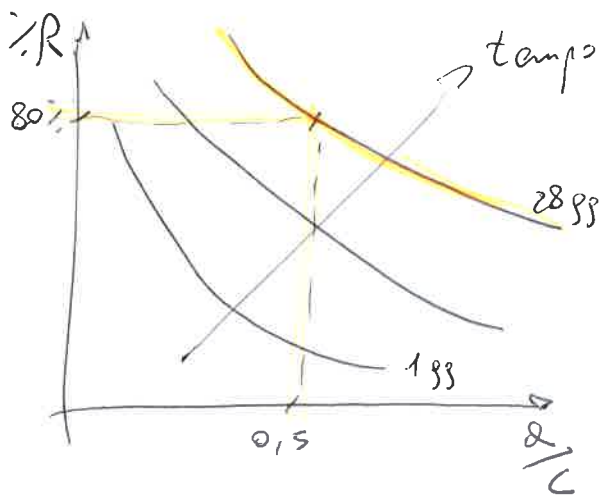
Si preferiscono circa  $D = 15 \text{ mm}$ , massimo  $30 \text{ mm}$ ;  $D$  dipende dal geto, interferro e copriferro.

\* Assenza di impurità: polveri, argille, composti organici o gessosi, impurità saline.

**ACQUA IMPASTO**: aiuta lo sviluppo di reazioni in presa e indurimento, non deve alterare la durabilità e le armature.

+ acqua = + lavorabilità, - resistenza (porosità)  
- acqua = - lavorabilità, + resistenza

Accettabile  $w/c \approx 0,1$



asciutto	$0,35 \div 0,45$	$G_c = \frac{\rho_{\text{getto}}}{\rho_{\text{strutt}}}$
plastico	$0,45 \div 0,55$	
coletto	$0,55 \div 0,66$	

Tecnica: VIBRAZIONE per eliminare i vuoti  
[slump test per fluidità]

# Classificazione Clinker

Portland	TIPO I / TIPO II
Pozzolamico	TIPO IV
d'altoforno	TIPO III
alluminoso	} TIPO V
ferrico	
bianco	

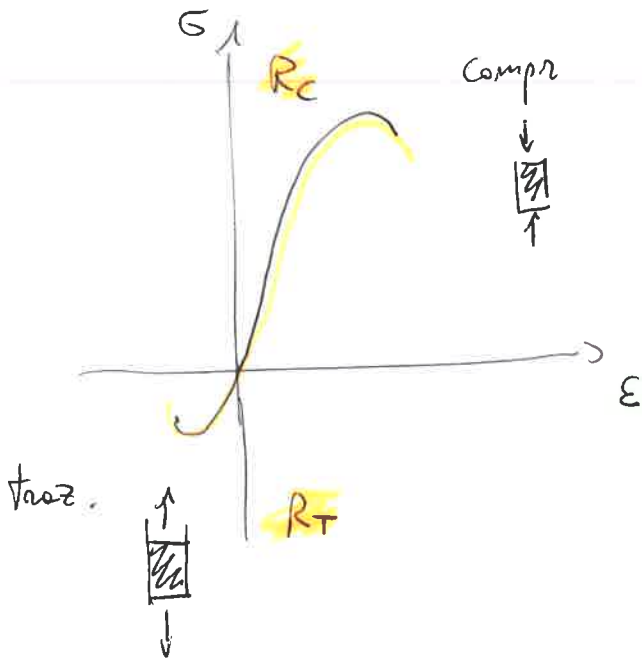
• **ADDITIVI**: Per modificare le caratteristiche in base all'uso:

- acceleranti/ritardanti
- fluidificanti/plastificanti/impermeabilizzanti
- aeranti
- adesivi
- induritori
- stagionanti
- espansivi
- coloranti

## CARATTERISTICHE MECCANICHE

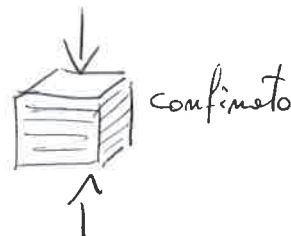
- a → modelli comportamento
- b → resistenza compressione/trazione
- c → modulo elastico  $G$
- d → modulo Poisson  $\nu$
- e → coeff dilatazione termica
- f → sforzo pluriassiale

b.



comportamento asimmetrico ( $R_c > R_t$ ),  
comportamento non lineare,  
rotture fragile con  $\epsilon$  basse,  
decedimento rapido a trazione

Res. cubica  $R_{ck}$  (ITALIA) > Res. cilindrica  $f_{ck}$  (EUROPA)

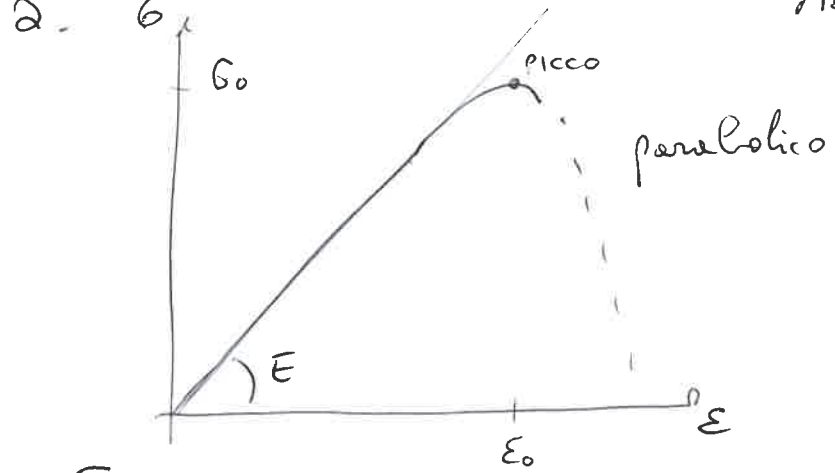


$c$   $f_{ck} / R_{ck}$



~~Modello~~

### Modello comportamento

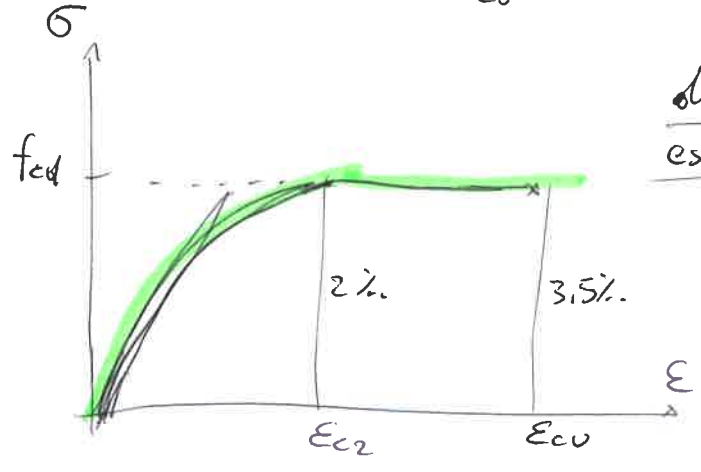


$$\sigma = \sigma_0 \left[ 2 \frac{\epsilon}{\epsilon_0} - \left( \frac{\epsilon}{\epsilon_0} \right)^2 \right]$$

$$\sigma_c = \begin{cases} f_{cd} \left[ 1 - \left( 1 - \frac{\epsilon_c}{\epsilon_{c2}} \right)^n \right], & \epsilon_c > \epsilon_{c2} \\ f_{cd}, & \epsilon_c < \epsilon_{c2} \end{cases}$$

$$E_{cm} = 22000 \left( \frac{f_{cm}}{10} \right)^{0,3} \ll E_s$$

diagramma parabola  
esponenziale - rettangolo



$$f_{cd} = \alpha_{cc} \frac{f_{ck}}{\gamma_c}$$

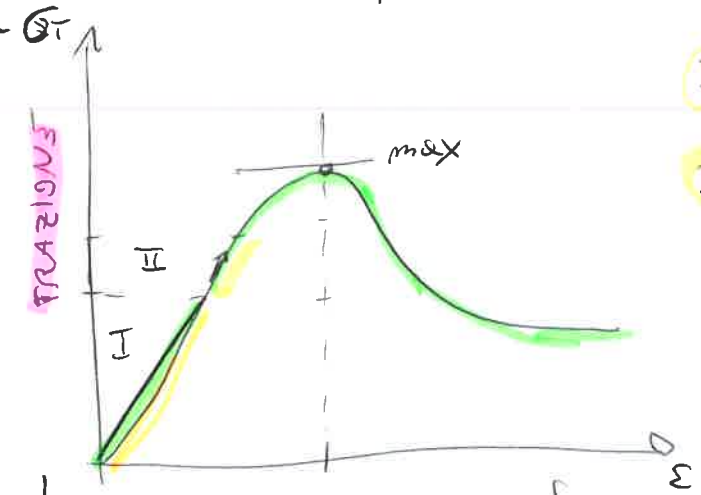
resistenza di prodotto (S.L.)

- $\alpha_{cc} \rightarrow$  viscosità 0,85
- $\gamma_c \rightarrow$  coeff. sicurezza 1,5

$f_{ck}$ : valore caratteristico prove di resistenza **5%** (cilindrico)

$\gamma_c$  dato dalla varianza alta della probabilità delle prove -

TRAZIONI  $\left\{ \begin{array}{l} \text{prove dirette} \rightarrow \text{monocassiale} (f_{ctm} = 0,3 f_{ck}^{2/3}) \\ \text{prove indirette} \rightarrow \text{flessione} (f_{ctm} = 1,2 f_{ctm}) \end{array} \right.$



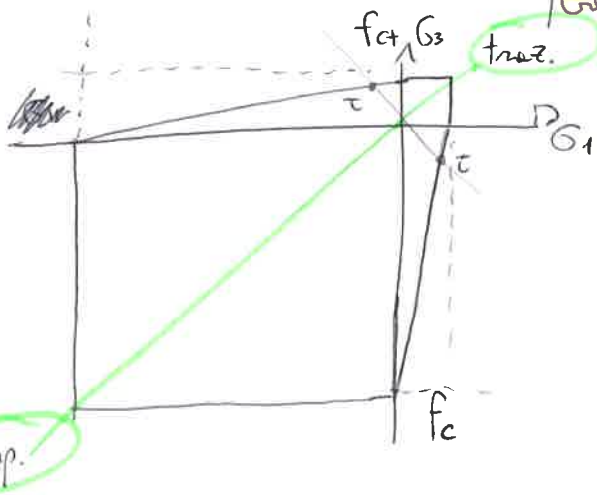
- I comportamento elastico fino a 60% resist. max.
- II microfessure stabili fino a 75% resist. max.

d. coeff Poisson  $\left\{ \begin{array}{l} \nu = 0 \text{ fessurato} \\ \nu = 0,2 \text{ non fessurato} \end{array} \right.$

e. dilatazioni termiche  $\Delta \epsilon = \alpha \Delta T$   
con  $\alpha = 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$

f. sforzo pluriassiale

→ alte resistenza compressione  
bassa resistenza trazione

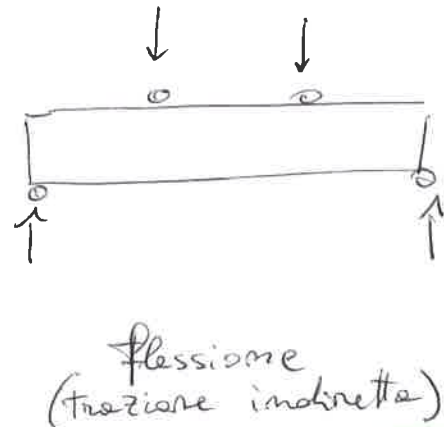
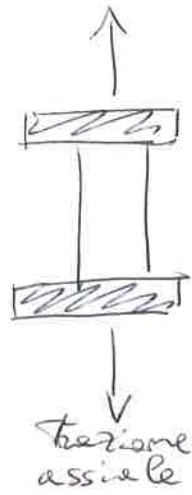
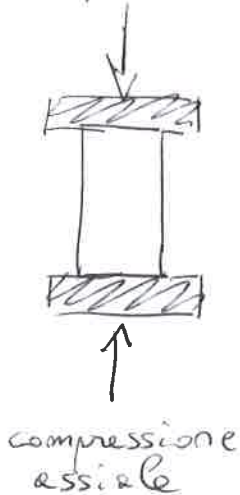


o dal cerchio di Mohr  
 $\bar{\sigma} = c - \sigma \mu$

PROVE, CONTROLLI

Verifica del punto di collasso e delle forme del provino rotto

- compressione assiale
- trazione assiale
- controllo qualità
- valutazioni preliminari
- controlli accettazione
- prove complementari



G incertezza delle prove (varianza alta) =  $\gamma_c$  alto

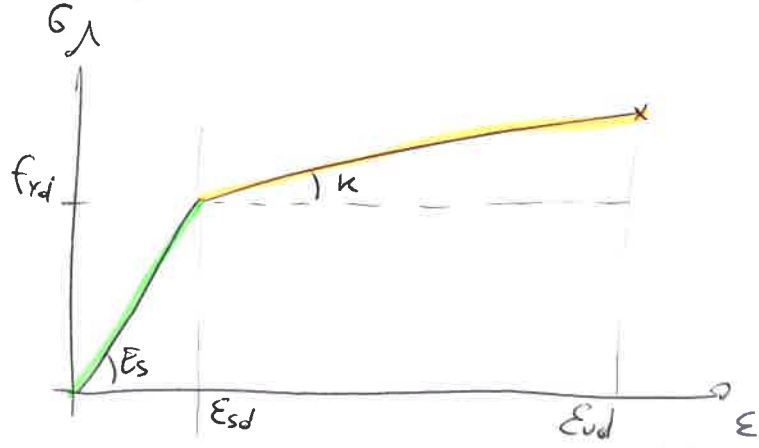
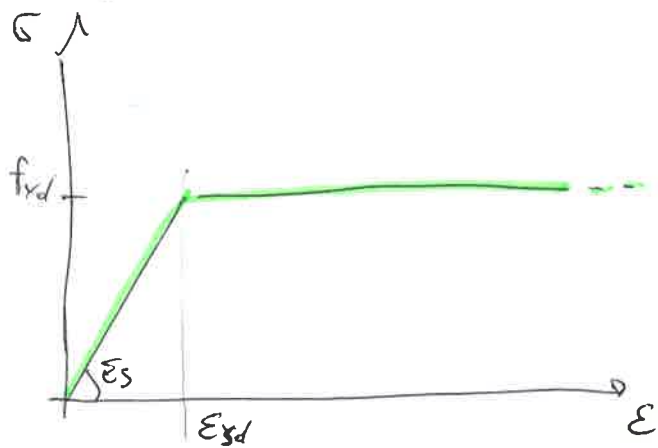
↳ Controllo qualità: uniformità delle ipotesi progettuali con dati di prove di laboratorio

- I valutazione preliminare resistenza
- II prelievo dei campioni
- III controllo di accettazione
- IV prove complementari

### 3) ACCIAIO D'ARMATURA

Conferisce resistenza e trazione agli elementi in CA.

→ comportamento elastico-duttile con smorzamento, lineare o incrudito.  $E_{sd} \approx 1,95\% < E_{cd}$ ,  $E_s = 200000 \text{ MPa} \div 210000 \text{ MPa}$



Simmetrico in compressione; convenzione di segni invertita.

$$\sigma_s = \begin{cases} f_{yd} & \epsilon \geq E_{sd} \\ E_s \epsilon & \epsilon < E_{sd} \end{cases}$$

$$\sigma_s = \begin{cases} f_{yd} \left[ 1 + \frac{\epsilon - E_{sd}}{E_{ud} - E_{sd}} (k-1) \right] & \epsilon \geq E_{sd} \\ E_s \epsilon & \epsilon < E_{sd} \end{cases}$$

$\gamma_s = 1,15 < \gamma_c$  perché ha varianza piccole nelle prove.

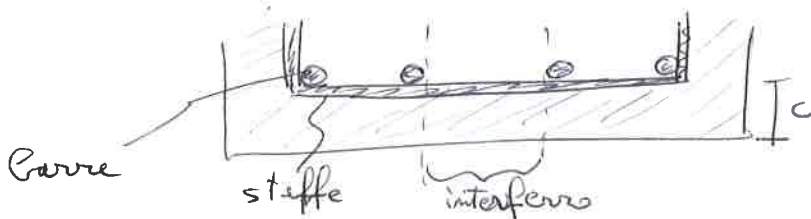
$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s}$$

resistenza di progetto sia per trazione che per compressione

valore  $E_{ud}$  convenzionale  $\approx 10\%$  in SLU, normativa fino a 75%.

tipologie  $\left\{ \begin{array}{l} \text{BGS0A} \text{ minore duttilità, } f_{sk} = 450 \text{ MPa} \\ \text{BGS0C} \text{ maggiore duttilità, } f_{sk} = 450 \text{ MPa} \end{array} \right.$

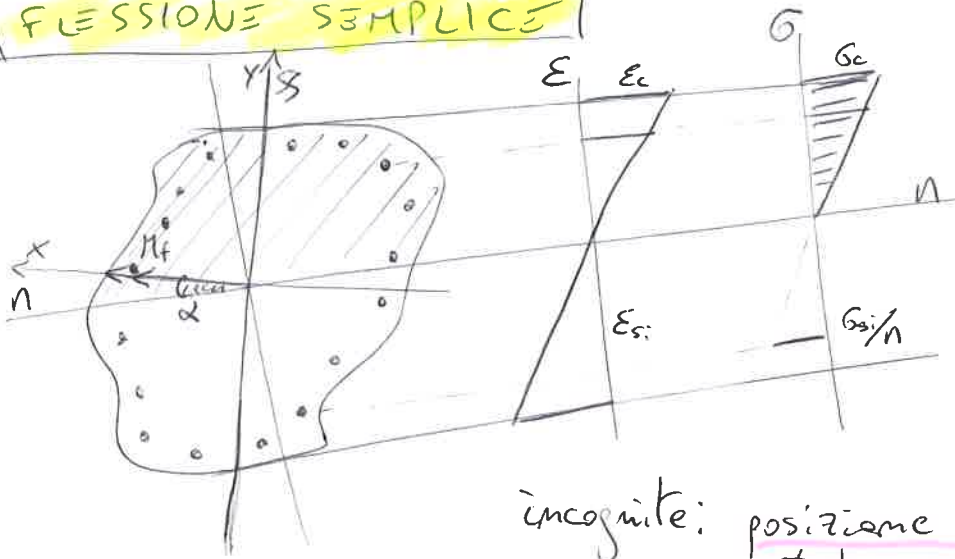
\* Il copriferro in cls serve a proteggere l'acciaio dall'azione ambientale esterna  $\rightarrow$  in funzione al clima, contro la corrosione.  $20 < c < 45 \text{ mm}$





# 4) FLESSIONE ELASTICA

## FLESSIONE SEMPLICE



Sezione generica soggetta a flessione non retta, condizioni elastiche stadio II (cls Traz. non reagisce)

incognite: posizione asse neutro (z), stato Tensionale

3 equazioni di equilibrio

• **TRASCAZIONE**  $\Rightarrow$  localizza l'asse neutro

$$\int_{A_c} \sigma dA + \sum_i^N \sigma_{si} A_{si} = 0$$

$$\int_{A_c} \frac{\sigma_c}{y_c \cos \alpha} y \cos \alpha dA + \sum_i^N \frac{n \sigma_c}{y_c \cos \alpha} y_{si} \cos \alpha A_{si} = 0$$

mom. statico  $\frac{\sigma_c}{y_c} S_{nn} = 0 \rightarrow S_{nn} = 0$

• **ROTAZIONE IN SS**  $\Rightarrow$  angolo  $\alpha$  del momento

$$\int_{A_c} \sigma x dA + \sum_i^N \sigma_{si} x_{si} A_{si} = 0$$

$$\int_{A_c} \frac{\sigma_c}{y_c \cos \alpha} y \cos \alpha x dA + \sum_i^N n \frac{\sigma_c}{y_c \cos \alpha} y_{si} \cos \alpha x_{si} A_{si} = 0$$

mom inerzia  $\frac{\sigma_c}{y_c} I_{ns} = 0 \rightarrow I_{ns} = 0$

• **ROTAZIONE IN NN**  $\Rightarrow$  piano delle sollecitazioni

$$\int_{A_c} \sigma x dA + \sum_i^N \sigma_{si} x_{si} A_{si} = M \cos \alpha$$

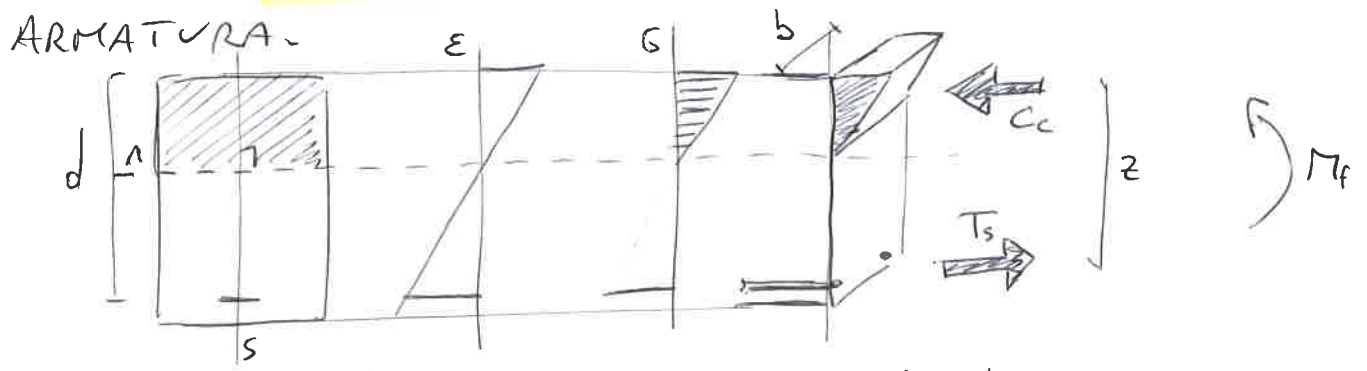
$$\int_{A_c} \frac{\sigma_c}{y_c \cos \alpha} y^2 \cos^2 \alpha dA + \sum_i^N n \frac{\sigma_c}{y_c \cos \alpha} y_{si}^2 \cos^2 \alpha A_{si} = M \cos \alpha$$

mom inerzia  $\frac{\sigma_c}{y_c} I_{nn} = M \rightarrow I_{nn} \neq 0$

Legge di Bernoulli

$$\sigma_c = \frac{M}{I_M} y_c$$

I CASO: SEZ. RETTANGOLARE, FLESSIONE RETTA, SEMPLICE



asse neutro perpendicolare all'asse di sollecitazione - Acciaio in lato teso, bilancia la compressione sul calcestruzzo  
 → Verifica [ noto: geometria,  $\sigma^R$ ,  $M$   
 incognite: asse neutro,  $\sigma$

met. a: equilibrio trazione  $C_c - T_s = 0$   
 $\frac{\sigma_c \times b}{2} - \sigma_s A_s = 0$

met. b: posizione asse neutro  $S_{nn} = 0$   
 $\frac{bx^2}{2} - nA_s(d-x) = 0$

⇒  $x = \frac{nA_s}{b} \left[ -1 + \sqrt{1 + \frac{2bd}{nA_s}} \right]$

$\begin{cases} \sigma_c \leq \sigma_c^R \\ \sigma_s \leq \sigma_s^R \end{cases}$

Verifica con  $\begin{cases} \sigma_c = \frac{z M}{b x (d - \frac{x}{3})} = \frac{M}{I_{nn}} y_c \\ \sigma_s = \frac{n \sigma_c}{x} (d - x) \end{cases}$

→ Progetto [ noto:  $\sigma^R$ ,  $M$   
 incognite:  $A_s$  e geometrie, asse neutro

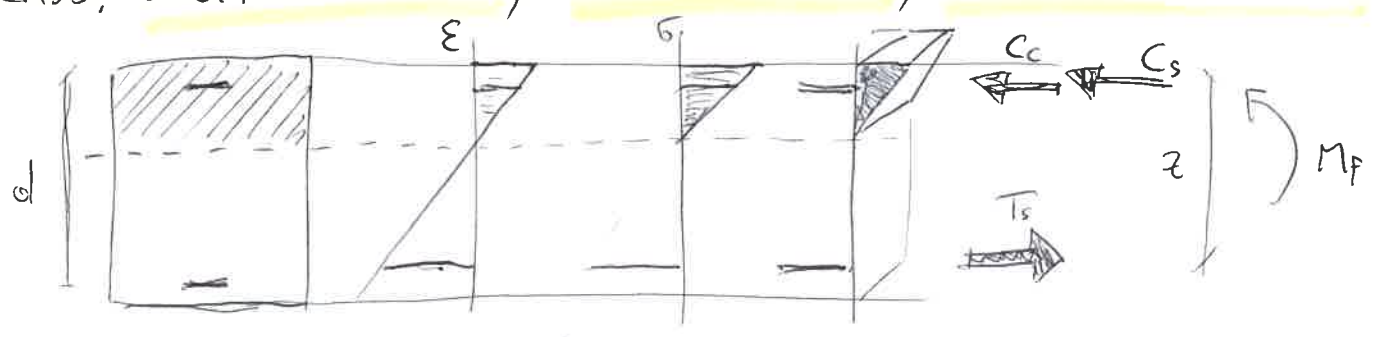
massimo sforzo  $x = s \cdot d = \frac{n \sigma_c^R}{n \sigma_c^R \cdot \sigma_s^R}$

ipotesi:

- a. noto  $b \rightarrow d, A_s$
- b. noto  $d \rightarrow b, A_s$
- c. noto  $b, d \rightarrow A_s$

$d = r \sqrt{\frac{M}{b}}$ ;  $b = r^2 \frac{M}{\sigma_s^R}$ ;  $A_s = \sqrt{M b}$

II CASO: SEZ. RETTANGOLARE, FLESSIONE RETTA, DOPPIA ARMATURA



→ Verifica:  $\left\{ \begin{array}{l} \text{note: geometria, } \sigma^R, M \\ \text{incognite: asse neutro, } \sigma \end{array} \right.$

met. 2: equilibrio traslazione  $C_c - T_s = 0$   
 $\frac{\sigma_c x b}{2} + \sigma_s' A_s' - \sigma_s A_s = 0$

met. b: posizione asse neutro  $S_m = 0$   
 $\frac{b x^2}{2} - n A_s (d - x) + n A_s' (x - d') = 0$

⇒  $x = \frac{n(A_s + A_s')}{b} \left[ -1 + \sqrt{1 + \frac{2 b (A_s d + A_s' d')}{n(A_s + A_s)^2}} \right]$

Verifica con  $\left\{ \begin{array}{l} \sigma_c = \frac{M}{I_m} x \leq \sigma_c^R \\ \sigma_s = \frac{n \sigma_c}{x} (d - x) \leq \sigma_s^R \end{array} \right. \quad \sigma_s' = \frac{n \sigma_c}{x} (x - d') \leq \sigma_s^R$

→ Progetto:  $\left\{ \begin{array}{l} \text{note: } \sigma^R, M \\ \text{incognite: } A_s \text{ e geometria, asse neutro} \end{array} \right.$

massimo sforzo  $x = \beta \cdot d = \frac{n \sigma_c^R}{n \sigma_c^R + \sigma_s^R} d$

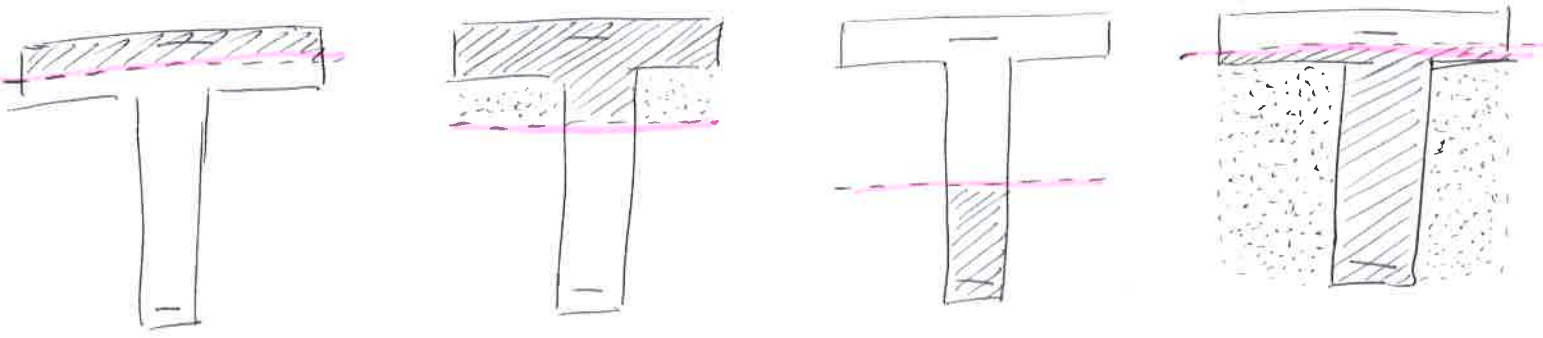
ipotesi:

- a. fisso  $b, \beta \rightarrow d, A_s$
- b. fisso  $d, \beta \rightarrow b, A_s$
- c. fisso  $b, d, \beta \rightarrow A_s$

$d = r \sqrt{\frac{M}{b}}$ ;  $b = r^2 \frac{M}{d^2}$ ;  $A_s = \sqrt{M b}$   
 $A_s' = \beta A_s$

→ Rottura duttile: l'acciaio smerge prima delle crisi del calcestruzzo

III CASO: SEZ. A T, FLESSIONE RETTA, DOPPIA ARMATURA



$M > 0$        $M > 0$        $M < 0$        $M < 0$   
 $x < e$        $x > e$        $x < h - a$        $x > h - a$

→ Verifica: controllo della posizione dell'asse neutro con prima ipotesi di  $x < e$ , poi correzione di  $S_m = 0$   

$$\sigma_c = \frac{M}{I_{nn}} x \leq \sigma_c^R$$

$$\sigma_s < \frac{n \sigma_c}{x} (d - x) \leq \sigma_s^R$$

$$\sigma_s' < \frac{n \sigma_c}{x} (x - d'') \leq \sigma_s^R$$

→ Progetto:

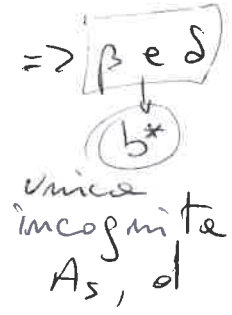
1. trasformazione in area equivalente rettangolare  
 $b \rightarrow b^*$        $d = z' \sqrt{\frac{M}{b^*}}$  ;  $A_s = \sqrt{M b^*}$        $S_{nn} \equiv S_{nn}^*$

quindi si ha  $1 - (1 - \alpha)(1 - \delta)^2 = \beta$        $\left\{ d = \frac{e}{x} \mid \beta = \frac{b^*}{B} \right\}$

2. trasformazione in area ausiliaria rettangolare  
 $b \rightarrow B$        $\delta'' = \frac{d''}{D}$       dove  $D = \text{altezza utile} = z' \sqrt{\frac{M}{B}}$

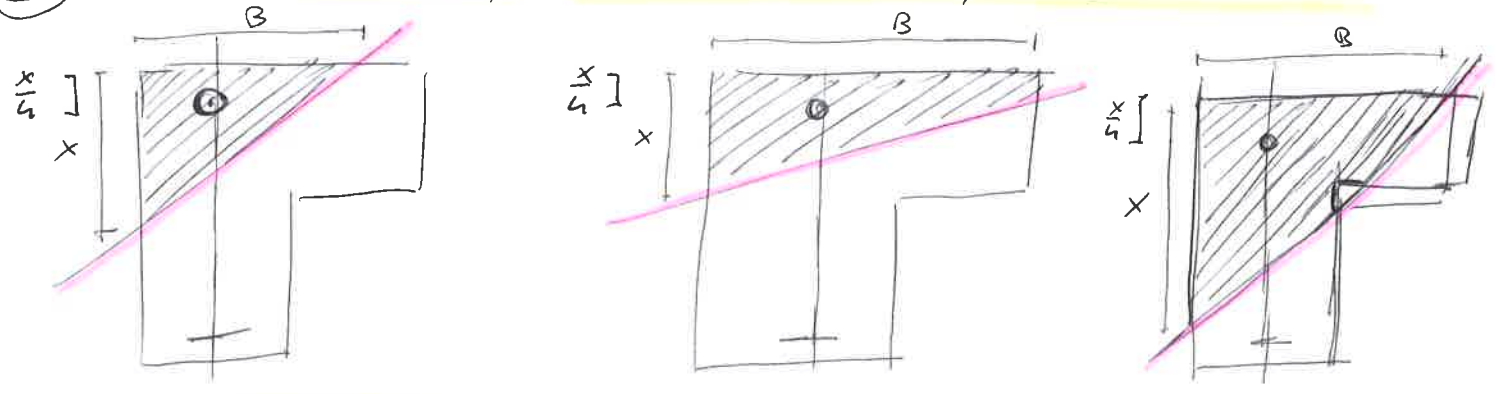
$X = sD$  nuovo asse neutro,  
 relazione  $\frac{d}{\Delta} = \sqrt{\frac{b^*}{B}}$       •  $\Delta = \frac{e}{X}$   

$$\begin{cases} 1 - (1 - \alpha)(1 - \delta) = \beta \\ \delta = \Delta \sqrt{\beta} \end{cases}$$





IV CASO: SEZ. AL, FLESSIONE DEVIATA, ~~DOPPIA~~ ARMATURA



L'asse di sollecitazione NON è asse di simmetria

Il braccio è  $z = d - \frac{x}{4}$

Equilibrio alla traslazione:  $b x \frac{\sigma_c}{3} - \sigma_s A_s = 0$

Proporzionalità sforzi:  $\frac{3}{4} \sigma_c : \frac{3}{4} x = \frac{\sigma_s}{n} : (d - \frac{3}{4} x)$

→ Verifica  $x = \frac{8}{8} \frac{n A_s}{b} \left[ -1 + \sqrt{1 + \frac{64}{27} \frac{b d}{n A_s}} \right]$

~~IV~~ CASO 822

FLESSIONE ECCENTRICA

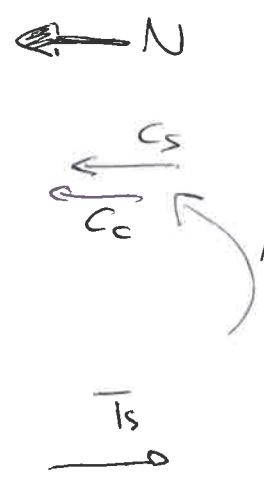
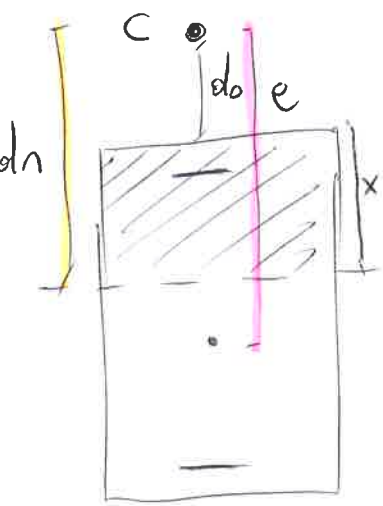
Equilibri generici

$$\begin{cases} \int_{A_c} \sigma_c dA + \sum_i \sigma_{s_i} A_{s_i} = N \\ \int_{A_c} \sigma_c x dA + \sum_i \sigma_{s_i} A_{s_i} x_{s_i} = 0 \\ \int_{A_c} \sigma_c \lambda dA + \sum_i \sigma_{s_i} A_{s_i} \lambda_{s_i} = M \cos \alpha \end{cases}$$

$\frac{\sigma_c}{\gamma_c} S_{nn} = N$  asse neutro NON baricentrico

$I_{ns} = 0$

$\sigma_c = \frac{M}{I_{nn}} x$



$e = \text{eccentricità} = \frac{M_{flex}}{N}$

$d_0 = e - \frac{h}{2}$   
 $dn = e - \frac{h}{2} + x$

braccio di N in asse neutro  
 $\hookrightarrow M = N \cdot dn = N(e - \frac{h}{2} + x)$

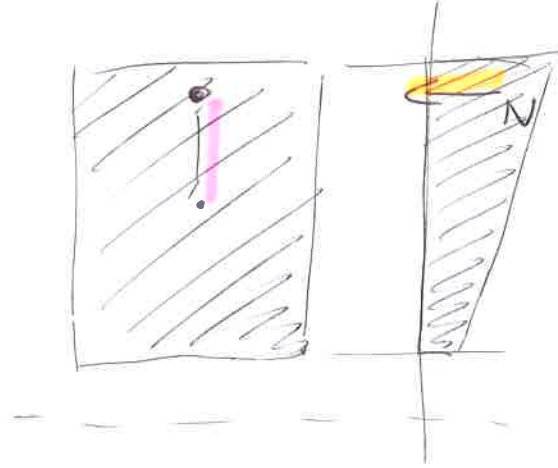
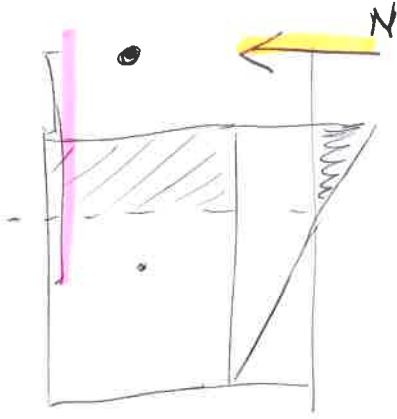
$\frac{I_{nc}}{x} = \frac{M_{flex}}{N} = N(e - \frac{h}{2} + x) = M$

$d_0 n_a = \frac{I_{nn}}{S_{nn}}$

perché  $\frac{\frac{\sigma_c}{\gamma_c} I_{nn} = N dn}{\frac{\sigma_c}{\gamma_c} S_{nn} = N}$

• grande eccentricità → asse neutro interno alla sezione  
→ parzializzata

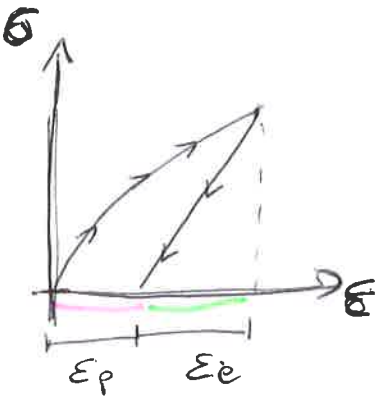
• piccola eccentricità → asse neutro esterno la sezione  
→ solo compressione/tensione



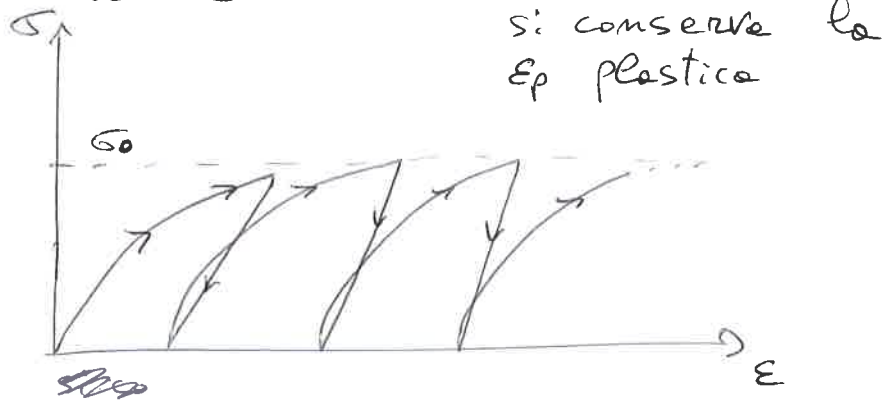
# 5) VISCOSITÀ e RITIRO

Il calcestruzzo si deforma per

- applicazione del carico
  - ↳ def. elasto-plastiche  $\epsilon = f(\sigma)$
- carico conservativo nel tempo
  - ↳ viscosità / creep  $\frac{d\sigma}{dt} = 0$
- deformazione spontanea
  - ↳ ritiro o espansione  $t \rightarrow \infty$

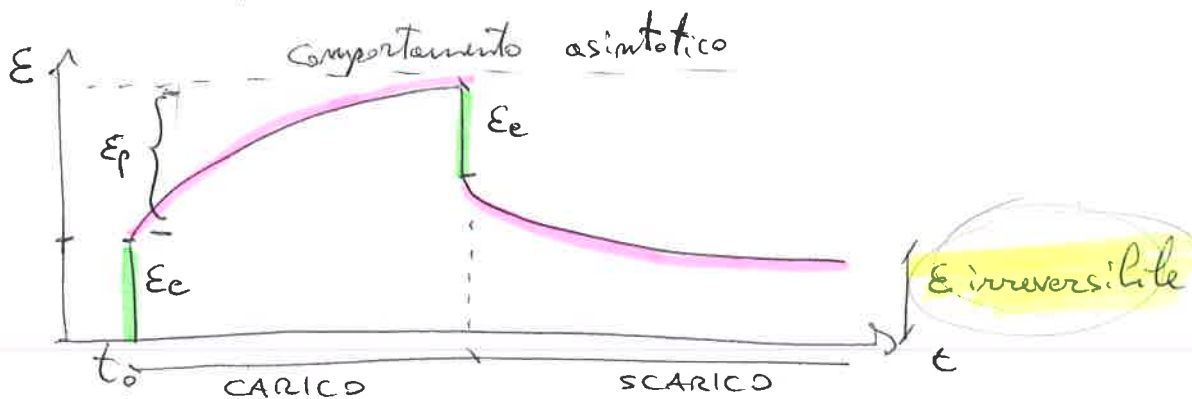


PROVA CICLICA: applicazione ciclica del carico  $\sigma$



si conserva  $E_e$   
 $E_p$  plastica

**VISCOSITÀ**: deformazione nel tempo a carico costante, in funzione alla deformazione cronica dei grani del calcestruzzo.



Deformazione totale:

$$\epsilon(t, t_0) = \underbrace{\epsilon_p(t, t_0)}_{\text{da } t_0 \text{ continua}} + \underbrace{\epsilon_e(t_0, t_0)}_{\text{solo in } t_0}$$

ipotesi: di  $t \rightarrow \infty$  di carico  
 $\epsilon(\infty, t_0) = \epsilon_p(\infty, t_0) + \epsilon_e(t_0, t_0)$

$\Rightarrow$  def. plastica  $\epsilon_p(\infty, t_0) = \epsilon(\infty, t_0) - \epsilon_e(t_0, t_0) \rightsquigarrow \frac{\epsilon_p(\infty, t_0)}{\epsilon_e(t_0, t_0)} = \frac{\epsilon(\infty, t_0)}{\epsilon_e(t_0, t_0)} - 1$

Nel CLS  $\frac{\epsilon_e}{\epsilon} \approx 6$  quindi  $\frac{\epsilon_p}{\epsilon} \approx 5$

$\rightarrow \bullet \frac{\epsilon_e}{\epsilon} = 16,7\%$  } deformazione elastica rispetto al totale

VISCOSITÀ LINEARE per  $\sigma_0$  applicato in  $t'$ , costante nel tempo.

• **FUNZIONE DI VISCOSITÀ**: deformazione prodotta al tempo  $t$  da una Tensione unitaria applicata a partire da  $t'$ .

$J(t, t') = \epsilon(t, t')$ , con  $J$   $\bar{\epsilon}$  somma della parte elastica istantanea e quella differita -  $J(t, t') = \epsilon_e(t, t') + \epsilon_p(t, t')$

$$J(t, t') = \frac{1}{E(t')} + \epsilon_p(t, t') = \frac{1}{E(t')} \left[ 1 + \bar{\epsilon}(t') \cdot \epsilon_p(t, t') \right]$$

$$\varphi(t, t') = \frac{\epsilon_p(t, t')}{\epsilon_e(t, t')} \left[ \frac{\text{def. plastica / viscosa}}{\text{def. elastica} = \frac{1}{E(t')}} \right]$$

$\varphi(t, t')$  coeff. di viscosità

↳ PRINCIPIO SOVRAPPORZIONE DEGLI EFFETTI

effetto prodotto dalla contemporanea presenza di più cause  $\bar{\epsilon}$  pari alla somma degli effetti prodotti dalle singole cause.

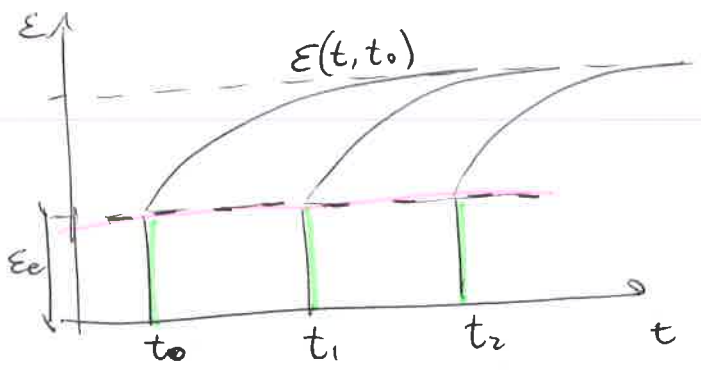
$$\epsilon(t, t_0) = \frac{\sigma_c(t)}{E_c(t)} + \int_{t_0}^t \frac{\sigma_c(\tau)}{E_c(\tau)} \Phi(t, \tau) d\tau ; \quad \Phi(t, \tau) = E_c(\tau) \frac{\partial J(t, \tau)}{\partial \tau}$$

"NUCLEO VISCOSO" funzione di trasferimento Temporale"

FUNZIONE DI VISCOSITÀ

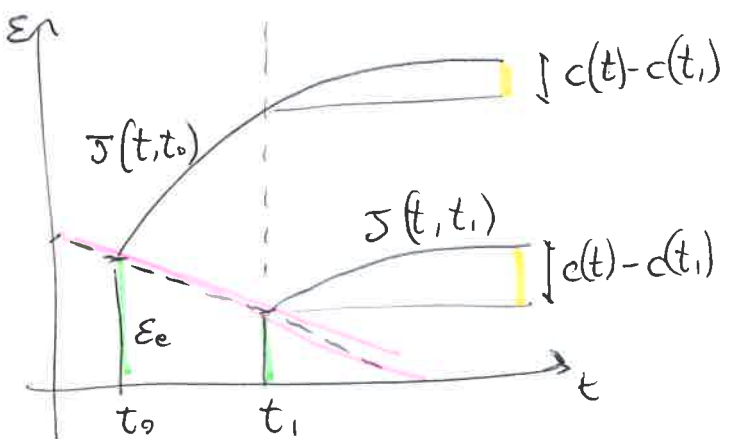
$$J(t, t_0) = \frac{1}{E_c} + c(t-t_0)$$

incremento di def. viscosa

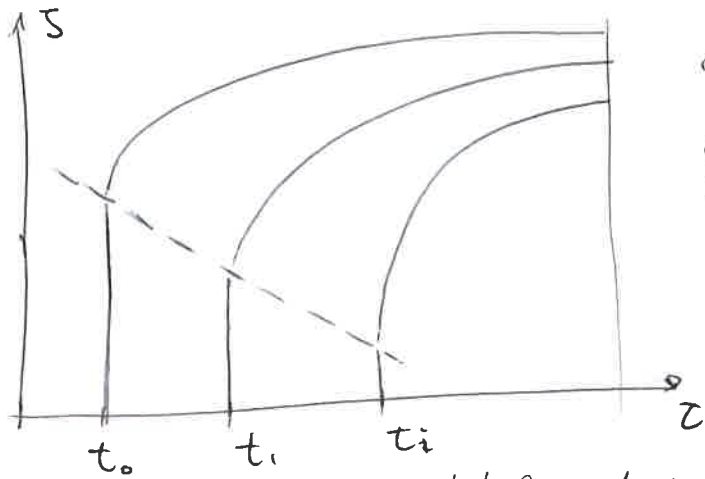


①. **TEORIA EREDITARIA**  
 $E_c$  costante, incremento funz. viscosa funzione di  $t-t_0$ .  
 (CLS datati)

②. **TEORIA DI INVECCHIAMENTO**  
 viscosità si riduce nel tempo  
 (CLS giovani)



# → COMPORTAMENTO REALE



condizione di carico costante

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial S(t, z)}{\partial t} \geq 0 \\ \frac{\partial S(t, z)}{\partial z} \leq 0 \\ \left. \frac{\partial S(t, z)}{\partial t} \right|_{t=z} \leq 0 \end{array} \right.$$

⇒ la deformazione totale diminuisce al crescere dell'istante di messa in carico -  $\epsilon(t, t_i) < \epsilon(t, t_{i-1})$

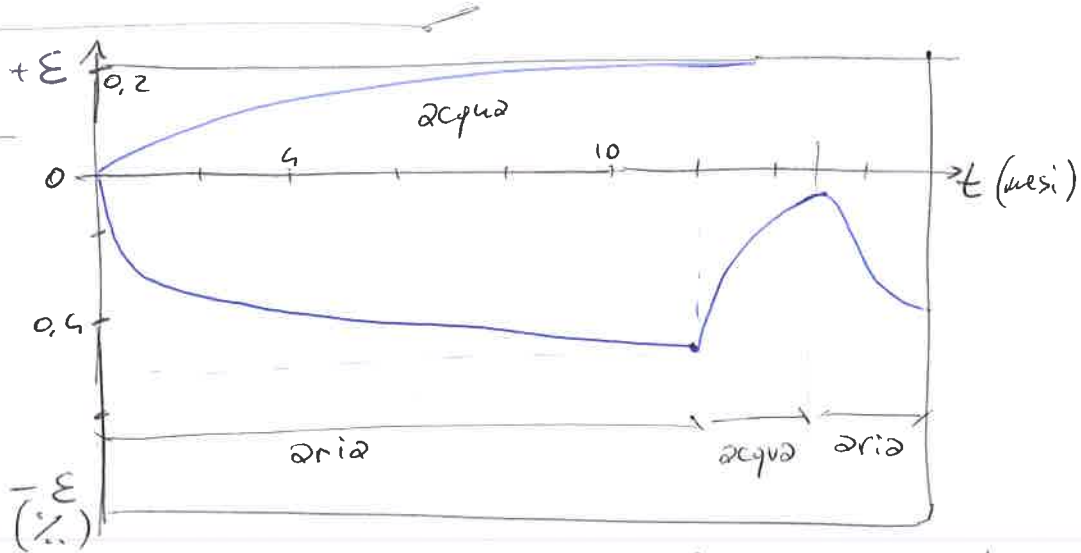
FUNZIONE DI VISCOSITA'  $S(t, t')$

caratterizza il materiale  
sulla base di sperimentazioni  
funzione di due variabili  
curve di livello per diversi  $t_i$

RIGONFIAMENTO

RITIRO

( $\epsilon +$  in acqua)  
( $\epsilon -$  in aria)



**RITIRO**: insieme di variazioni di volume subite dal conglomerato cementizio durante le fasi di presa e indurimento

CARATTERISTICHE

INFLUENZATO

indipendente dal carico,  
contrazione del getto,  
diminuzione dell'acqua interstiziale, irreversibile

rapporto acqua/cemento, visti nel conglomerato, qualita' cemento, quantita' cemento, temperatura e umidita', dimensioni getto

\*  $\epsilon_{cs} = \epsilon_{cd} + \epsilon_{ca}$  (totale = essiccamento + autogeno)

$\epsilon_{cd}(t) = \beta_{ds}(t - t_s) \cdot \epsilon_{cd\infty}$   
sviluppo nel tempo

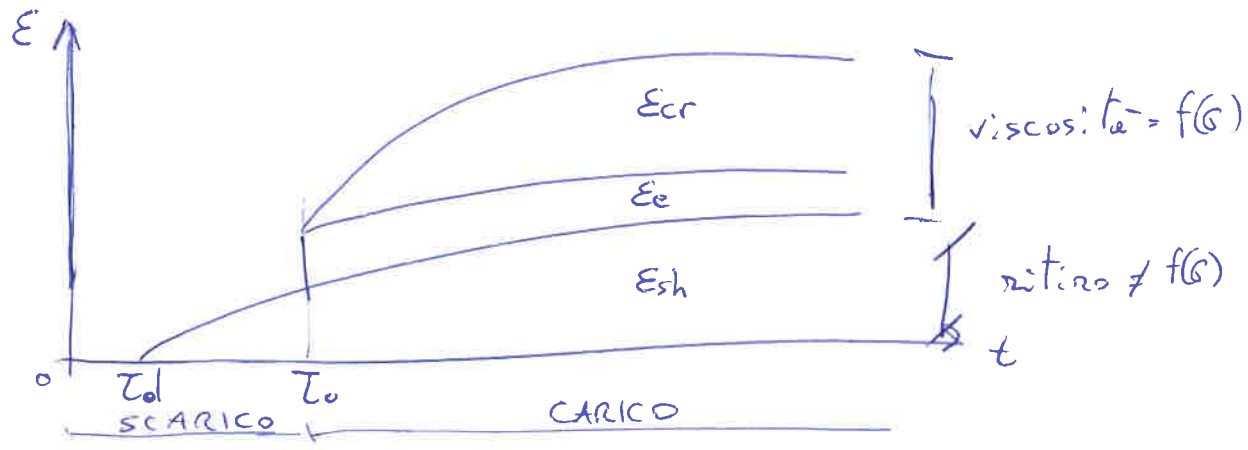
$\epsilon_{ca}(t) = \beta_{as}(t) \cdot \epsilon_{ca\infty}$   
istantaneo dopo il getto

se LIBERO: non si generano tensioni interne o fessurazioni  
 VINCOLATO: si fessura nella presa del getto

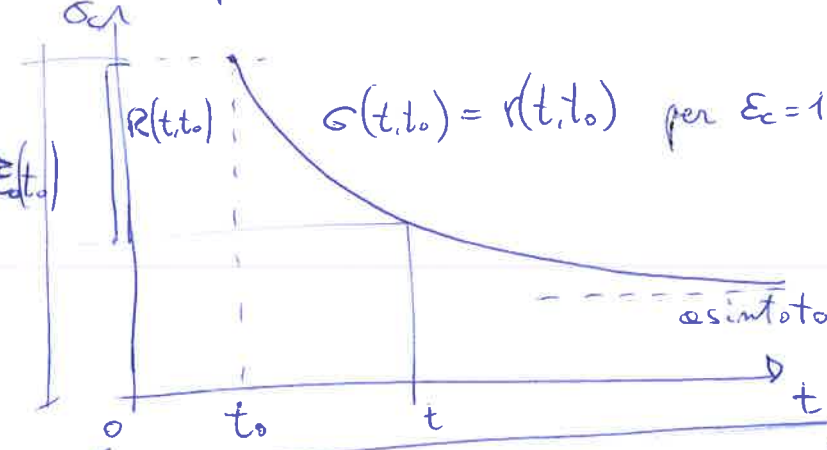
Politecnico Bari

la deformazione viscosa è prodotta da stati ~~temporanei~~ tensionali, mentre le deformazioni da ritiro sono indipendenti dallo stato tensionale.

DEF. TOTALE CLS  $\epsilon(t, \tau_0, \tau_d) = \epsilon_e(t, \tau_0) + \epsilon_{cr}(t, \tau_0) + \epsilon_{sh}(t, \tau_d) + \epsilon_T(t, \tau_0)$   
 elastica viscosa ritiro temperatura



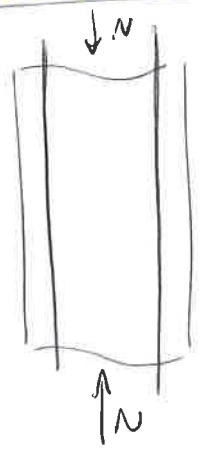
RILASSAMENTO CLS: elemento sottoposto a tensione costante da  $\tau_0$  si ha un graduale cambiamento dello stato tensionale rispetto a quello iniziale prodotto alla deformazione impressa.



capacità a deformarsi è valutata per il coefficiente di viscosità  $\varphi(t, \tau) = \frac{\text{def. plastica}}{\text{def. elastica}}$

**EC2 3.1.6** ~~Deformazione elastica~~ Viscosità e Ritiro  
 Dipendono dall'ambiente, dimensioni e composizione elemento. La V. è influenzata dalle maturazioni del cls nell'applicazione e dipende dal carico.  
 $E_{cs} = E_{cd} + E_{co}$  Ritiro autogeno si sviluppa durante l'indurimento, è funzione lineare della resistenza del cls. Si considera quando fresco è gettato contro un cls indurito.  
 $E_{cs}(t) = \beta_{cs}(t) \cdot E_{cs}(\infty)$

VISCOBITÀ SU ELEMENTO COMPRESSO



$N = N_c + N_s$  ripartito sui materiali,  $E_c = E_s$  per ipotesi

dopo un tempo  $dt$   
 $N = N_c + dN_c(t) + N_s + dN_s(t)$

allora  $dN_c(t) + dN_s(t) = 0$

$\left\{ \begin{array}{l} \text{sforzo equilibrato} \\ \text{congruenza} \end{array} \right. \Rightarrow \begin{array}{l} dN_c(t) = -dN_s(t) \\ d\epsilon_c(t) = d\epsilon_s(t) \end{array}$

$\Rightarrow A_s d\sigma_s(t) = -A_c d\sigma_c(t)$

$d\sigma_s(t) = -\frac{A_c}{A_s} d\sigma_c(t) = -\frac{1}{\rho_s} d\sigma_c(t)$

dipendente dal rapporto geom. d'armatura

in campo elastico  $d\epsilon_s(t) = \frac{d\sigma_s(t)}{E_s}$

↳ sostituisco  $d\epsilon_s(t) = -\frac{1}{E_s} \frac{1}{\rho_s} d\sigma_c(t) = d\epsilon_d(t)$

mentre  $\epsilon_c = \epsilon_c(t, t_0) = \frac{\sigma_c(t)}{E_c} + \frac{\sigma_c}{E_c} \cdot \varphi(t, t_0)$

[con  $\varphi(t, t_0) = \frac{\epsilon_p(t, t_0)}{\epsilon_e(t, t_0)}$ ]

$\neq \frac{\sigma_c(t)}{E_c} [1 + \varphi(t, t_0)]$  deformazione totale sul calcestruzzo

MODELLO EREDITARIO: indipendente dal  $t_0$  di messa in carica  
 Realtà: la viscosità si riduce con la maturazione in  $t_0$   
 Semplificazione: cautelativa, è indipendente da  $t_0$ , conta solo il tempo di carico.

FUNZIONE DI VISCOBITÀ

$\zeta(t, t_0) = \zeta(t - t_0) \quad \forall t_0$   
 quindi  $\varphi(t, t_0) = \varphi(t - t_0) \quad \forall t_0$

$\Rightarrow \epsilon = \frac{d\epsilon_s(t)}{E_s} = \frac{d\sigma_c(t)}{E_c} + \frac{\sigma_c}{E_c} d\varphi(t, t_0)$

dalla derivazione dell'equilibrio di deformazione

con l'equilibrio

$-\frac{1}{\rho_s} d\sigma_c(t) \frac{1}{E_s} = \frac{d\sigma_c(t)}{E_c} + \frac{\sigma_c}{E_c} d\varphi(t, t_0)$

$-\frac{\sigma_c}{E_c} d\varphi(t, t_0) = \frac{d\sigma_c(t)}{E_c} + \frac{1}{\rho_s} d\sigma_c(t) \frac{1}{E_s}$

deform. plastica è somma delle deform. elastiche c/c e deform. acciaio

$$\rightarrow \frac{d\sigma_c(t)}{E_c} \left[ 1 + \frac{1}{\rho_s \left( \frac{E_s}{E_c} \right)_n} \right] = - \frac{\sigma_c}{E_c} d\varphi(t, t_0)$$

$$d\sigma_c(t) \left[ 1 + \frac{1}{\rho_s n} \right] = - \sigma_c d\varphi(t, t_0)$$

$$\frac{d\sigma_c(t)}{\sigma_c} = - \frac{n \rho_s}{1 + n \rho_s} d\varphi(t, t_0)$$

$\beta$

$$\int_{t_0}^{t'} \frac{d\sigma_c(t)}{\sigma_c} = - \int_{t_0}^{t'} \beta d\varphi(t, t_0)$$

$$\ln \sigma_c(t') - \ln \sigma_c(t_0) = - \beta \left[ \varphi(t', t_0) - \varphi(t_0, t_0) \right]$$

ipotesi del modello ereditario  $\varphi(t' - t_0)$

$$\ln \left( \frac{\sigma_c(t')}{\sigma_c(t_0)} \right) = - \beta \cdot \varphi(t' - t_0)$$

$$\rightarrow \sigma_c(t') = \sigma_c(t_0) e^{-\beta \varphi(t' - t_0)}$$

evoluzione della tensione sul CLS nel tempo

$\Rightarrow$  La tensione si riduce nel tempo e CLS sta sempre meglio a tempo  $\infty$ .

• tensione acciaio  $\sigma_s(\infty) = \frac{N - A_c \sigma_c(\infty)}{A_s} = \frac{1}{A_s} \left( A_s \sigma_{s0} + A_c \sigma_{c0} - A_c \sigma_{c(\infty)} \right)$

$$\sigma_s(\infty) = \frac{1}{A_s} A_c \sigma_{c0} \left[ 1 + n \rho_s - \frac{\sigma_c(\infty)}{\sigma_{c0}} \right]$$

$$\sigma_s(\infty) = \frac{A_c \sigma_{c0}}{A_s \rho_s} \left[ 1 + n \rho_s - e^{-\beta \varphi(t' - t_0)} \right]$$

evoluzione tensione nell'acciaio aumentata

$\rightarrow n = \frac{E_s}{E_c} \approx 7$  ma si pone  $= 15$  da normativa per non considerare la variazione di tensione sui materiali

**RITIRO** SU CA SIMMETRICO

CLS si ritira ( $\frac{\partial \epsilon}{\partial t} < 0$ ) e l'armatura si oppone

$\Rightarrow$  CLS va in trazione, acciaio in compressione.

equilibrio  $N_s(t) + N_c(t) = 0$   
 congruenze  $\epsilon_s(t) = \epsilon_c(t) + \epsilon_{cs}(t)$

$$- \frac{1}{\rho_s} \frac{\sigma_c(t)}{E_s} = \frac{\sigma_c(t)}{E_c} + \epsilon_{cs}(t)$$

$$\sigma_c(t) = - E_c t \frac{n_c \rho_s}{1 + n_c \rho_s} \epsilon_{cs}(t)$$

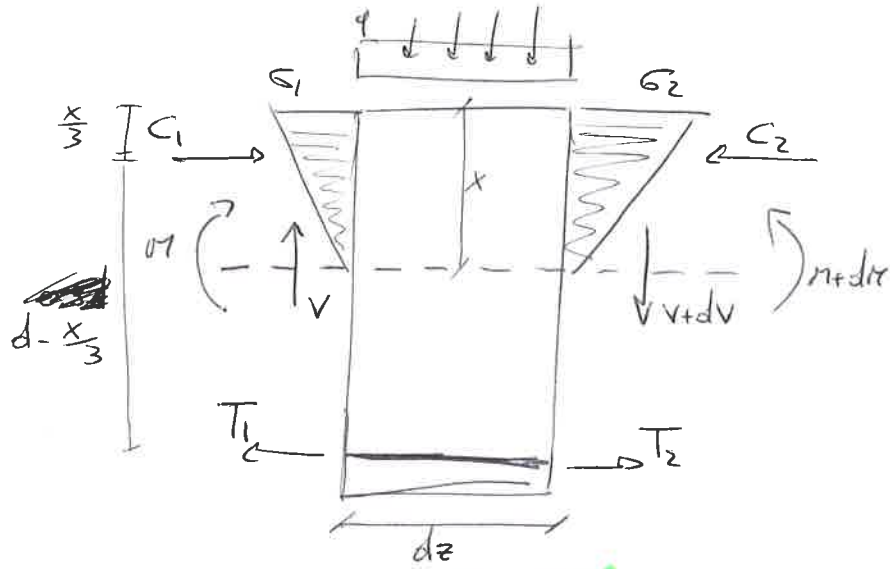
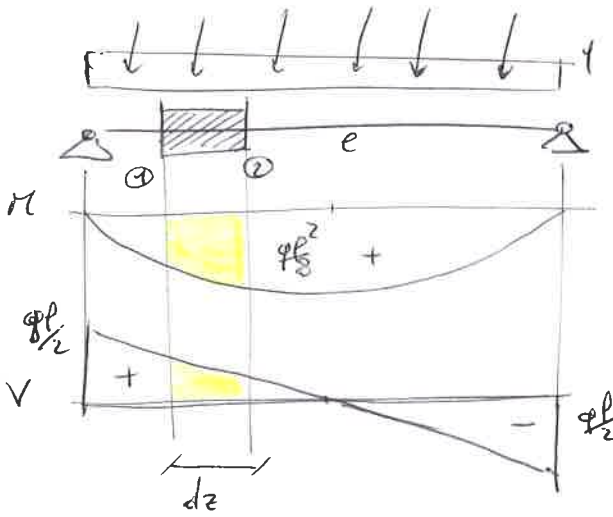
$\beta_t$

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_c(t) = - E_c t \beta_t \epsilon_{cs}(t) \\ \text{trazione CLS} \\ \sigma_s(t) = \frac{E_s t}{\rho_s} \beta_t \epsilon_{cs}(t) \\ \text{compressione acciaio} \end{array} \right.$$



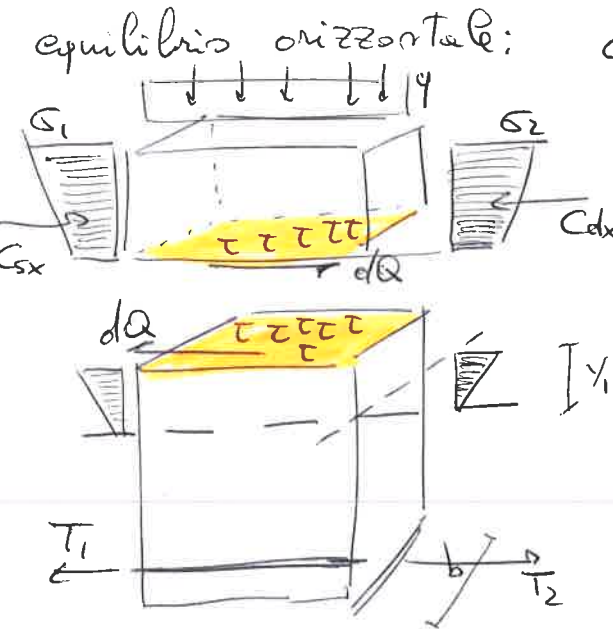
# ⑥ TAGLIO ELASTICO

trave appoggiata con carico distribuito



equilibrio verticale:  $V - V + dV - q dz = 0 \Rightarrow q = -\frac{dV}{dz}$  carico è la derivata del taglio

equilibrio rotazione (zz):  $M + dz V - q dz \frac{dz}{2} - (M + dM) = 0$   
 $\Rightarrow V = \frac{dM}{dz} + q \frac{dz}{2}$  taglio è la derivata del momento



equilibrio orizzontale:  $C_1 - C_2 + T_2 - T_1 = 0$   
 ma  $C_2 > C_1$  e  $T_2 > T_1$ !

dato  $\sigma_2 > \sigma_1$ , ho  $C_{dx} > C_{sx}$   
 $\Rightarrow$  per l'equilibrio nascono forze di scorrimento  $Q$

$$dQ = C_{dx} - C_{sx} = \int_{y_1}^x [\sigma_{dx}(y) - \sigma_{sx}(y)] b dy$$

$$= \int_{y_1}^x \left[ \left( \frac{\sigma_2}{x} y - \frac{\sigma_1}{x} y \right) b \right] dy =$$

$$= \int_{y_1}^x \left[ \left( \frac{M + dM}{I_{nn}} x y - \frac{M}{I_{nn}} x y \right) b \right] dy$$

$$\Rightarrow dQ = \int_{y_1}^x \left[ \frac{dM}{I_{nn}} y b \right] dy = \frac{V dz}{I_{nn}} \int_{y_1}^x b y dy$$

$$dQ = \frac{V dz}{I_{nn}} S_{nn}^*$$

$$\Rightarrow \tau dz b = \frac{V dz}{I_{nn}} S_{nn}^* \rightsquigarrow$$

nota che  $dQ = \tau dz b$

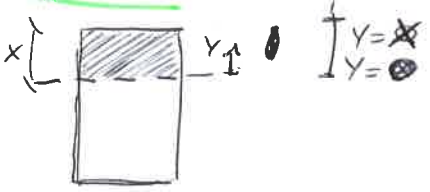
Formula di Jourawsky

$$\tau = \frac{V S_{nn}^*}{I_{nn} b}$$

$\tau$  varia per  $S_{nn}^*$  in una sezione

Variazione di  $S_m^*$  e  $\tau$  lungo l'altezza del cuneo

I zona: sopra l'asse neutro



$$S_m^* = \frac{bx^2}{2} - \frac{by^2}{2} = \frac{b(x^2 - y^2)}{2}$$

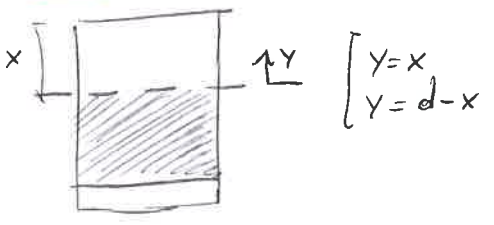
andamento parabolico

da  $S_m^* = 0$  a  $S_m^* = \frac{bx^2}{2}$

in asse neutro  $S_m^* = \frac{bx^2}{2}$

quindi  $\frac{V}{b I_{nn}} = k$  e  $\tau = k S_m^*$ , stesso andamento di  $S_m^*$

II zona: sotto l'asse neutro, fino all'eccizio teso

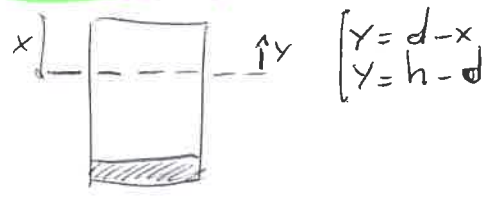


$$S_m^* = \frac{bx^2}{2} - n A_s (d-x)$$

costante fino all'eccizio  
perché cis teso non reagisce  
 $\Rightarrow \tau = \text{costante}$

in eccizio  $S_m^* = \frac{bx^2}{2} - n A_s (d-x) = 0$   
si annulla

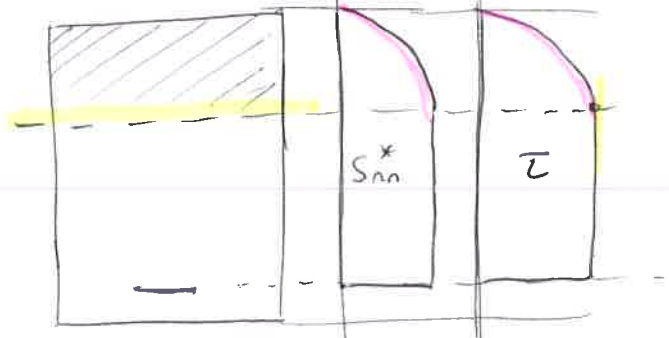
III zona: sotto l'eccizio teso



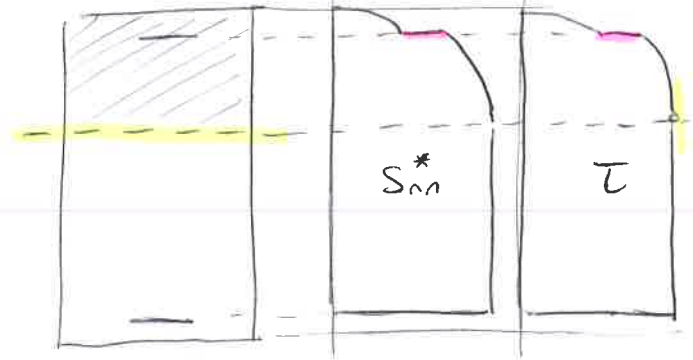
$$S_m^* = 0$$

perché non si ha contributo dei materiali  
 $\Rightarrow \tau = 0$

SEMPLICE ARMATURA

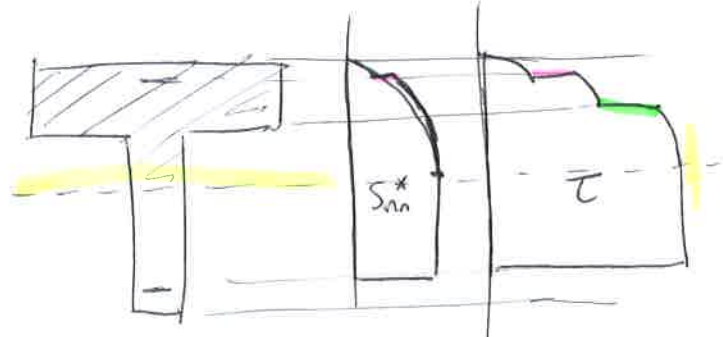


DOPPIA ARMATURA



$\Rightarrow \tau_{max}$  si ha sull'asse neutro.

\* La riduzione della base  $b$ , aumenta il taglio  $\tau$   
 $\rightarrow$  sotto sulla sezione a T



Ricerca di  $\tau_{max}$

$$\tau = \frac{V}{b I_{nn}} S_{nn}^*$$

con  $S_{nn}^* \max$ ,  
 $\tau_{max}$

~~Rapporto  $\frac{S_{nn}^* \max}{I_{nn}}$~~

Rapporto  $\frac{I_{nn}}{S_{nn}^* \max} = \frac{1}{\frac{bx^2}{2}} \cdot \frac{bx^3 + nA_s(d-x)^2}{3}$

~~$\frac{bx^3 + nA_s(d-x)^2}{3}$~~

dato che sull'asse neutro  
 $\frac{bx^2}{2} - nA_s(x-d) = 0$  allora  $nA_s(d-x) = \frac{bx^2}{2}$

$$\Rightarrow \frac{\frac{bx^3}{3} + \frac{bx^2}{2}(d-x)}{\frac{bx^2}{2}} \Rightarrow \frac{2}{3}x + (d-x) \rightsquigarrow d - \frac{x}{3} = z$$

$$\frac{I_{nn}}{S_{nn}^*} = z \text{ braccio}$$

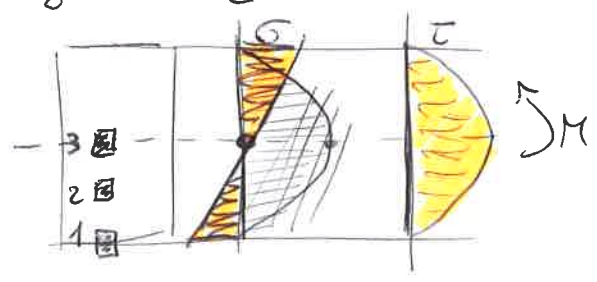
allora

$$\tau_{max} = \frac{V}{bz}$$

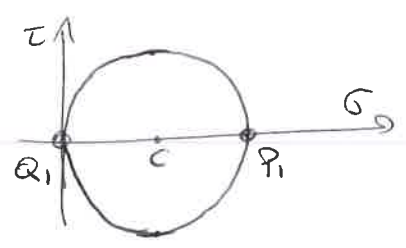
**TRAVE OMOGENEA e ISOTROPA**

sezione b

$$M < \frac{q l^2}{8}, \quad x = \frac{l}{2}, \quad V \neq 0$$

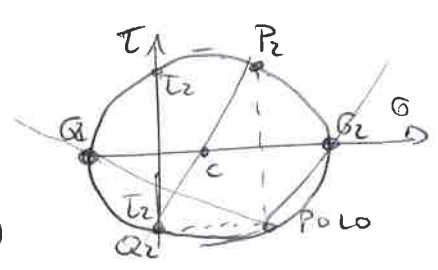


$$\sigma_1 \rightarrow [1] \leftarrow \sigma_1$$



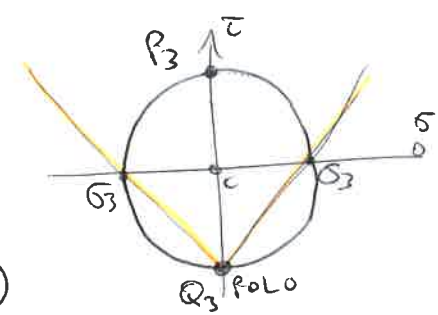
$$\begin{cases} P_1 = (\sigma_1, 0) \\ Q_1 = (0, 0) \end{cases}$$

$$\sigma_2 \uparrow [2] \leftarrow \sigma_2$$



$$\begin{cases} P_2 = (\sigma_2, \tau_2) \\ Q_2 = (0, -\tau_2) \end{cases}$$

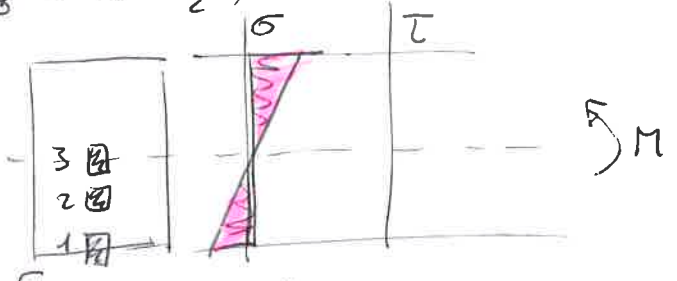
$$\tau_3 \leftarrow [3] \rightarrow \tau_3$$



$$\begin{cases} P_3 = (0, \tau_3) \\ Q_3 = (0, -\tau_3) \end{cases}$$

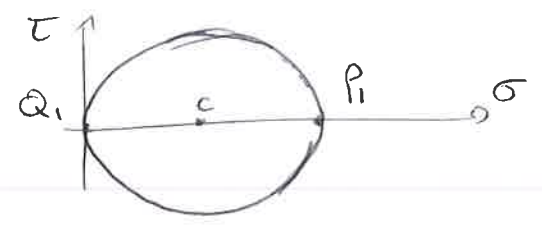
sezione d

$$M \approx \frac{q l^2}{8}, \quad x = \frac{l}{2}, \quad V = 0$$



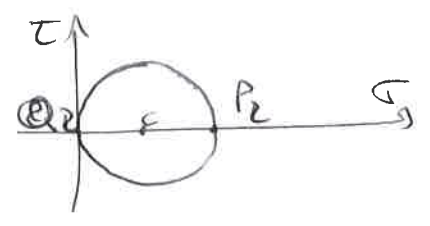
$$\sigma_1 \rightarrow [1] \leftarrow \sigma_1$$

$$\begin{cases} P_1 = (\sigma_1, 0) \\ Q_1 = (0, 0) \end{cases}$$



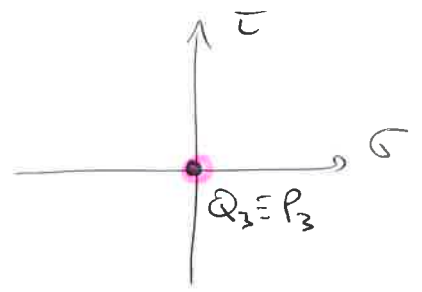
$$\sigma_2 \leftarrow [2] \rightarrow \sigma_2$$

$$\begin{cases} P_2 = (\sigma_2, 0) \\ Q_2 = (0, 0) \end{cases}$$

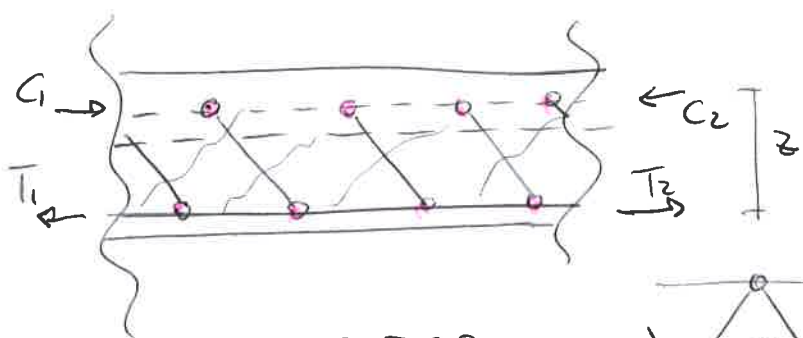


[3]

$$\begin{cases} P_3 = (0, 0) \\ Q_3 = (0, 0) \end{cases}$$

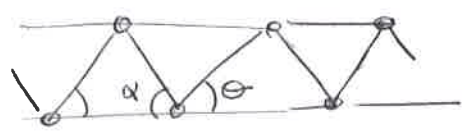


• TRAVE RETICOLARE DI RITTER-MÖRSCH EQUIVALENTE •



Allo studio elastico si pongono vincoli cerniera  
 ↳ struttura la Cile

⇒ TRALICCIO ISOSTATICO

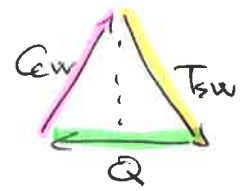
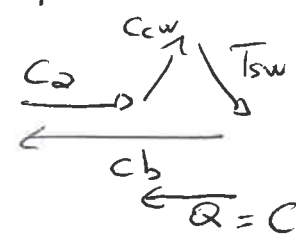


$45^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$   
 $\alpha = 45^\circ$

Analisi modulare per ogni cerniera



equilibrio



$Q_{max} = T_{max} \cdot b \cdot P_{passo} = \frac{V}{bz} \cdot b \cdot p = \frac{V}{z} P$

$\left\{ \begin{array}{l} \text{eq. orizz.} \\ \text{eq. vert.} \end{array} \right. \begin{array}{l} C_{cw} \cdot \cos 45^\circ + T_{sw} \cos \alpha = Q \\ C_{cw} \cdot \sin 45^\circ = T_{sw} \sin \alpha \end{array}$

$\rightarrow T_{sw} (\sin \alpha + \cos \alpha) = Q \rightarrow T_{sw} = \frac{Q}{\sin \alpha + \cos \alpha} = A_{sw} G_{sw}$

Progetto taglio elastico acciaio

$\frac{VP}{z(\sin \alpha + \cos \alpha)} = A_{sw} G_{sw}$

⇒ incognite  $A_{sw}, P$

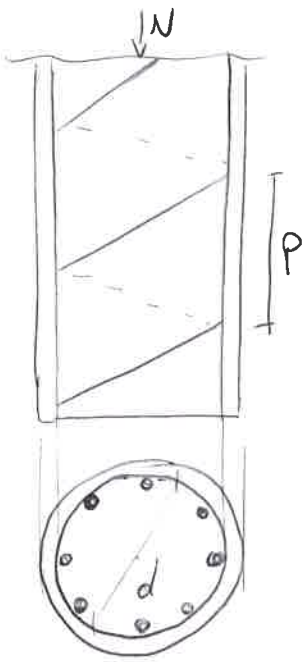
CLS  $C_{cw} (\cos 45^\circ + \sin 45^\circ) = Q$

$\rightarrow C_{cw} = \frac{Q}{(\sin \alpha + \cos \alpha)} \frac{\sin \alpha}{\sqrt{2}/2} = \frac{\sqrt{2} Q}{1 + \cot \alpha} = A_{cw} \cdot G_{cw} = b p \sin 45^\circ$

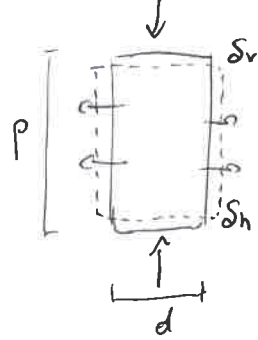
$G_{cw} = \frac{2VP}{z} \frac{1}{1 + \cot \alpha} \frac{1}{bp} = \frac{V}{bz} \frac{2}{1 + \cot \alpha} \leq G_c^R$

# ⑦ PILASTRO CERCHIATO

Pilastro con barre longitudinali e staffe a spirale, sezione circolare, compresso -



Deformazioni



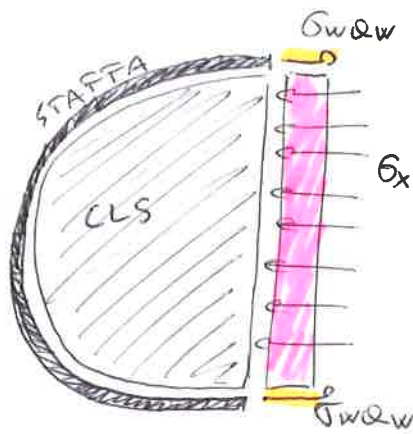
$$\left. \begin{array}{l} \text{vert. } \delta_v = \epsilon_v \cdot p = \frac{\sigma_v}{E_c} \cdot p \quad \text{espansio} \\ \text{orizz. } \delta_h = -\epsilon_h \cdot d = -\frac{\nu \sigma_v}{E_c} d \quad \text{dilatazio} \end{array} \right\}$$

- CLS si comprime
  - Acc si tende
- ⇒ si crea un buco
- 

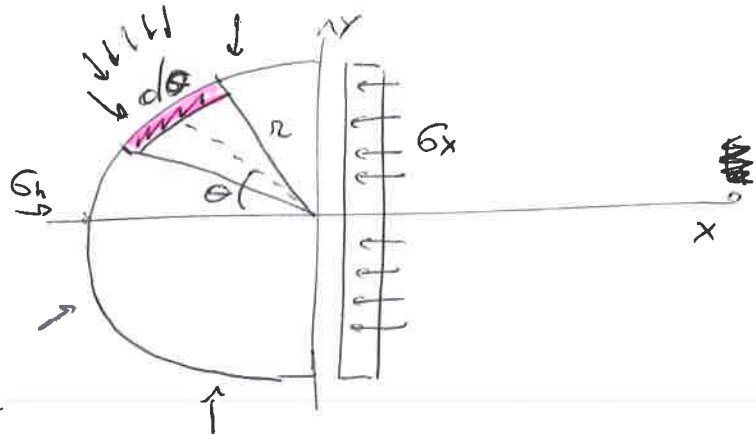
incognite: sforzo orizzontale sul CLS di compressione

$$2\sigma_w \alpha_w = \sigma_x d p$$

$$\sigma_w = \frac{\sigma_x d p}{2 \alpha_w} \quad \text{trazione delle staffe}$$



• Distribuzione dello sforzo in CLS



Sull'arco delle risultanti

$$\left\{ \begin{array}{l} y: \sigma_h \cdot r \cdot \cos \theta \cdot d\theta \\ x: \sigma_h \cdot r \cdot \sin \theta \cdot d\theta \end{array} \right. \quad \text{(sforzo applicato)}$$

⇒ Su tutta la semicirconferenza

$$\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \sigma_h r p \cos \theta \cdot d\theta = \sigma_x \cdot p \cdot d$$

$$\sigma_h r \left| \sin \theta \right|_{-\pi/2}^{\pi/2} = \sigma_x \cdot d$$

$$2 \sigma_h r = \sigma_x d \Rightarrow \boxed{\sigma_h = \sigma_x}$$

Relazione dello sforzo orizzontale e sul CLS

staffe:  $\boxed{\sigma_w = \frac{\sigma_h d p}{2 \alpha_w}}$

• Area equipesata  $\rightarrow$  sezione del tubo  $A_{eq}$   
 [NORMATIVA] con volume  $V = A_{eq} \cdot p$

ipotesi  $\Rightarrow$  lunghezza staffa = diametro  $D_n$

$\rightarrow$  PESO = Volume  $\cdot \gamma = A_{eq} \cdot p \cdot \gamma$

quindi  $\pi D_n \cdot \alpha_w$  : staffa

$\pi D_n \cdot \alpha_w \cdot \gamma = A_{eq} \cdot p \cdot \gamma$

area equipesata velutata  
 come  $\frac{\pi D_n}{\alpha_w}$   
 $A_{eq} = \frac{\pi D_n}{p}$

$\Delta$  calcoli sulle equazioni trovate

$\alpha_w = \frac{G_h \cdot D_n \cdot p}{2 \alpha_w}$   
 $A_{eq} = \frac{\alpha_w \pi D_n}{p}$

$(A_{cn} = \frac{\pi D_n^2}{4}$  area nucleo  
 CLS)

$G_w = \frac{G_h \cdot D_n \cdot p}{2 \alpha_w} \cdot \left( \frac{\pi D_n}{2} \cdot \frac{2}{\pi D_n} \right)$

$\Rightarrow \frac{1}{A_{eq}} G_h \cdot 2 \cdot \frac{\pi D_n^2}{4}$

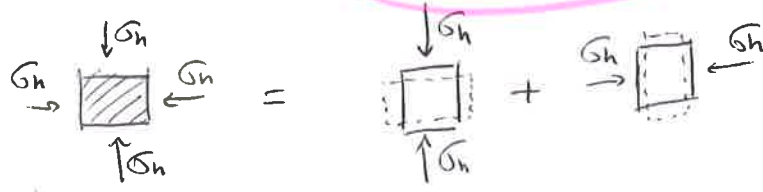
$\rightarrow G_w = 2 G_h \frac{A_{cn}}{A_{eq}}$

$\frac{1}{p_{eq}} \rightarrow$  tiro delle staffe

$G_w = 2 G_h \frac{1}{p_{eq}}$

Quindi si ha contrazione del nucleo CLS e dilatazione delle staffe d'acciaio.  $\rightarrow$  "BUCO vuoto".

• elemento infinitesimale CLS



$S_c = D_n \left( \frac{G_h}{E_c} - \nu \frac{G_h}{E_c} \right) = D_n \frac{G_h}{E_c} (1 - \nu)$

dei due piani, accorciamenti su uno, smorzati sull'altro (coeff Poisson  $\nu$ )

• Armatura si dilata

$S_s = \frac{G_w}{E_s} \cdot D_n = 2 G_h \frac{1}{p_{eq}} \frac{D_n}{E_s}$

$\Rightarrow$  GAP:  $S = S_{CLS} + S_{ACC} = D_n \frac{G_h}{E_c} (1 - \nu) + 2 G_h \frac{D_n}{p_{eq} E_s} = \frac{G_h \cdot D_n}{E_c} (1 - \nu) \left[ 1 + \frac{2}{p_{eq} (1 - \nu) n} \right]$

In realtà non esiste perche il piano verticale equilibra la tensione sul piano orizzontale.

Quindi  $S_c + S_s = |S_h| = \nu \frac{D_n G_h}{E_c}$

$$v \frac{D_n G_v}{E_c} = \frac{\sigma_h D_n}{E_c} (1-v) \left[ 1 + \frac{z}{\rho_{eq} n (1-v)} \right] \rightarrow \text{riceverare } \sigma_h$$

EFFETTO CERCCHIANTE

$$\sigma_h = \frac{v}{1-v} \cdot \frac{G_v}{1 + \frac{z}{\rho_{eq} n (1-v)}}$$

soluzione equilibrata e congruente

sforzo orizzontale trasmesso tra acciaio e calcestruzzo.

•  $\rho_{eq} \rightarrow 0$   
(senza staffe)

$$\sigma_h = \frac{v}{1-v} \cdot \frac{G_v}{\infty} = 0$$

nessun effetto cerchiante

•  $\rho_{eq} \rightarrow \infty$

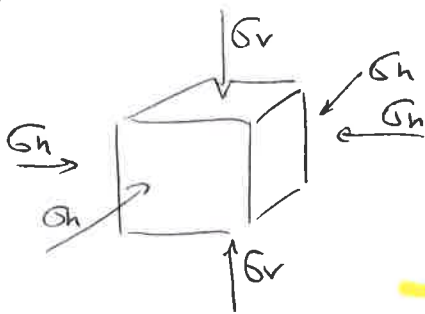
(massimo di staffe)

$$\sigma_h = G_v \left( \frac{v}{1-v} \right) \approx \frac{G_v}{4}$$

massimo il 25% del verticale

### VALUTAZIONE CAPACITA PORTANTE

ipotesi: trascurare armature longitudinali, con  $\rho_{eq} \rightarrow \infty$  massimo.



accorciamento verticale  $\bar{\epsilon}$

$$\epsilon_v = \frac{G_v}{E_c} - z \frac{\sigma_h}{E_c} v$$

$$\neq \frac{G_v}{E_c} - \frac{2v}{E_c} \left( \frac{G_v}{1-v} \right)$$

Legge di Hooke con effetto cerchiante

$$\epsilon_v = \frac{G_v}{E_c} \left( 1 - \frac{2v^2}{1-v} \right)$$

$$\sigma_v = \epsilon_v \frac{E_c}{1 - \frac{2v^2}{1-v}}$$

$$\approx \sigma_v = \epsilon_v \frac{E_c}{0,8}$$

aumento del 10%

$\Rightarrow$  in campo elastico il risultato permette di trascurare l'effetto cerchiante.

In campo SLU la trascurazione dell'effetto è consuetudina.

# Progetto PILASTRO CERCHIATO (ricerca)

[DM 1982]

Area ideale resistente  $A_{ic} = A_n + 15 A_s + 30 A_{si}$

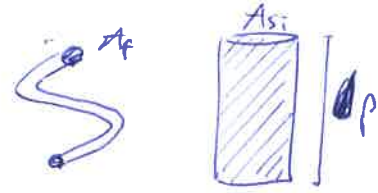
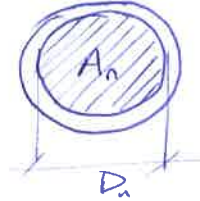
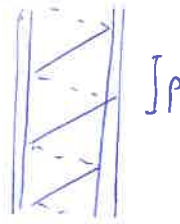
$A_n$  : area nucleo  
 $15 A_s$  : area armature longitudinale  
 $30 A_{si}$  : area spirale fittizia longitudinale

limitazioni:

a)  $A_s \geq \frac{1}{2} A_{si}$

b)  $\rho \leq \frac{1}{5} D_n$

c)  $A_{ic} \leq 2 A_n$



$\rightarrow$   ~~$A_n \geq 75 A_s$~~  Relazione tra armatura e nucleo

$\rightarrow$  Trovare il diametro del nucleo  $D_n$

volume dell'anello  $A_f \cdot D_n \cdot \pi = A_{si} \cdot \rho$  volume del cilindro  $A_{si}$

$$A_{si} = \frac{A_f D_n \pi}{\rho}$$

Progetto al limite di sforzo  $\sigma_c \rightarrow \sigma_c^R$ ,  $A_n = \frac{N}{2 \cdot \sigma_c^R} = \frac{A_{ic}}{2}$

geometricamente  $A_n = \pi \frac{D_n^2}{4} \rightarrow D_n = 2 \sqrt{\frac{A_n}{\pi}}$  diametro

- passo  $\rho \leq \frac{1}{5} D_n$

- armatura longitudinale  $A_s = \frac{A_n}{75} = \frac{\pi D_n^2}{4 \cdot 75}$

- sezione tondino spirale  $A_f = \frac{A_{si} \cdot \rho}{D_n \cdot \pi}$

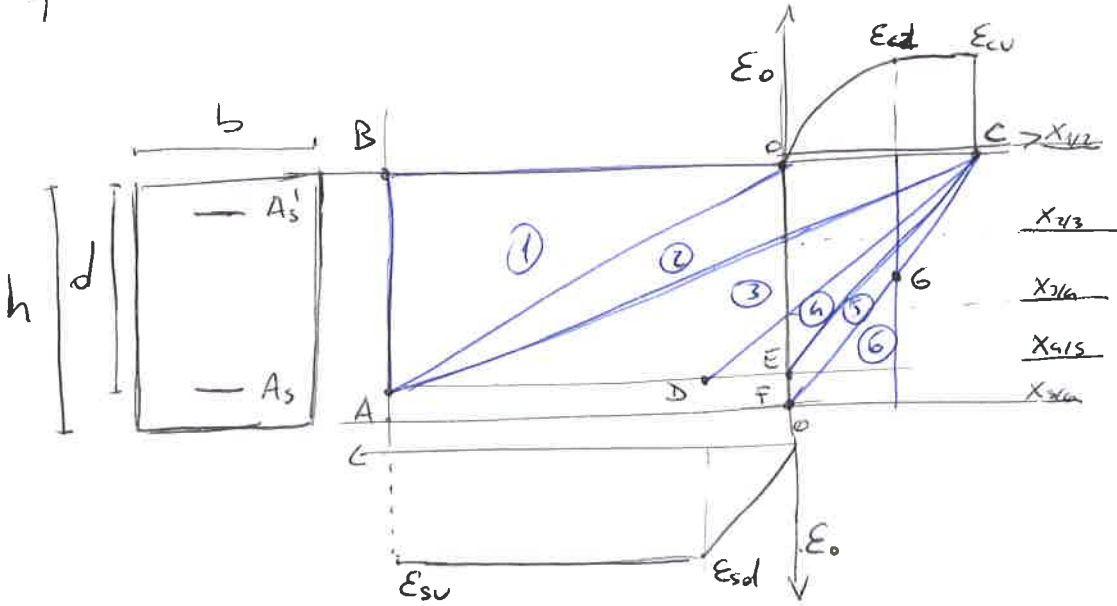


# (8) CAMPI SLU

ipotesi: sezione doppiamente armata rettangolare, sottoposta a flessione retta.

convenzione:  $\left[ \begin{array}{l} \text{compressione: CLS } E_c > 0, \text{ Acc } E_s < 0 \\ \text{trazione: CLS } E_c < 0, \text{ Acc } E_s > 0 \end{array} \right.$

Individuare 6 campi di crisi dei materiali, per tracciare il dominio della resistenza dell'elemento in C.A., con ipotesi di linearità della sezione di deformazione.



deformazione CLS  
( $E_c > 0$  contraz.)

deformazione ACC  
( $E_s > 0$  dilataz.)

## \* Campo 1 | Crisi acciaio teso (inferiore)

equazioni  $\left\{ \begin{array}{l} A_s f_{rd} + A_s' \sigma_s' d = -N_{rd} \\ A_s f_{rd} \left(\frac{h}{2} - d'\right) - A_s' \sigma_s' \left(\frac{h}{2} - d''\right) = M_{rd} \end{array} \right.$

- 1a.  $A_s'$  plastico  $\sigma_s' = f_{rd}$
- 1b.  $A_s$  elastico (trazione)  $\sigma_s = E_s E_s'$

asse neutro  $-\infty < x \leq 0 \rightarrow -\infty < \xi \leq 0$

## \* Campo 2 | Crisi acciaio teso (inferiore) $\rightarrow$ deboli armature

equazioni  $\left\{ \begin{array}{l} b f_{rd} \psi x - \sigma_s' A_s' - f_{rd} A_s = N_{rd} \\ b f_{rd} \psi x \left(\frac{h}{2} - \lambda x\right) - \sigma_s' A_s' \left(\frac{h}{2} - d''\right) + f_{rd} A_s \left(\frac{h}{2} - d'\right) = M_{rd} \end{array} \right.$

- 2a.  $A_s'$  elastico  $\sigma_s' = E_s E_s'$
- 1b.  $A_s$  plastico (compressione)  $\sigma_s' = f_{rd}$

asse neutro  $0 \leq x \leq x_{2/3} \quad 0 \leq \xi \leq \xi_{2/3}$

\* Campo 3 | crisi CLS compresso e  $A_s$  smervato

equazioni  $\begin{cases} b\psi x f_{cd} - \sigma_s' A_s' - f_{yd} A_s = N_{red} \\ b\psi x f_{cd} \left(\frac{h}{2} - \lambda x\right) - \sigma_s' A_s' \left(\frac{h}{2} - d''\right) + f_{yd} A_s \left(\frac{h}{2} - d'\right) = M_{red} \end{cases}$

3a.  $A_s'$  elastico  
 $\sigma_s' = E_s \varepsilon_s'$

3b.  $A_s'$  plastico (compressione)  
 $\sigma_s' = f_{yd}$

asse neutro  $x_{2/3} \leq x \leq x_{3/4}$   $\xi_{2/3} \leq \xi \leq \xi_{3/4}$

\* Campo 4 | crisi CLS compresso,  $A_s$  elastico  $\rightarrow$  forti armature

equazioni  $\begin{cases} b f_{cd} \psi x - f_{yd}' A_s' - \sigma_s A_s = N_{red} \\ b f_{cd} \psi x \left(\frac{h}{2} - \lambda x\right) - f_{yd}' A_s' \left(\frac{h}{2} - d''\right) + \sigma_s A_s \left(\frac{h}{2} - d'\right) = M_{red} \end{cases}$

$\Delta$   $A_s$  ~~smervato~~ elastico,  $A_s'$  smervato quasi sicuramente

asse neutro  $x_{3/4} \leq x \leq d$   $\xi_{3/4} \leq \xi \leq 1$

\* Campo 5 | crisi CLS compresso, trazione coprifera inf.

equazioni  $\begin{cases} b f_{cd} \psi x - f_{yd}' A_s' - \sigma_s A_s = N_{red} \\ b f_{cd} \psi x \left(\frac{h}{2} - \lambda x\right) - f_{yd}' A_s' \left(\frac{h}{2} - d''\right) + \sigma_s A_s (d - x) = M_{red} \end{cases}$

asse neutro  $d \leq x \leq h$   $1 \leq \xi \leq 1 + \delta'$

\* Campo 6 | crisi CLS compresso totale sezione

equazioni  $\begin{cases} b f_{cd} \psi h - f_{yd}' A_s' - \sigma_s A_s = N_{red} \\ b f_{cd} \psi h^2 \left(\frac{1}{2} - \lambda\right) - f_{yd}' A_s' \left(\frac{h}{2} - d''\right) + \sigma_s A_s \left(\frac{h}{2} - d'\right) = M_{red} \end{cases}$

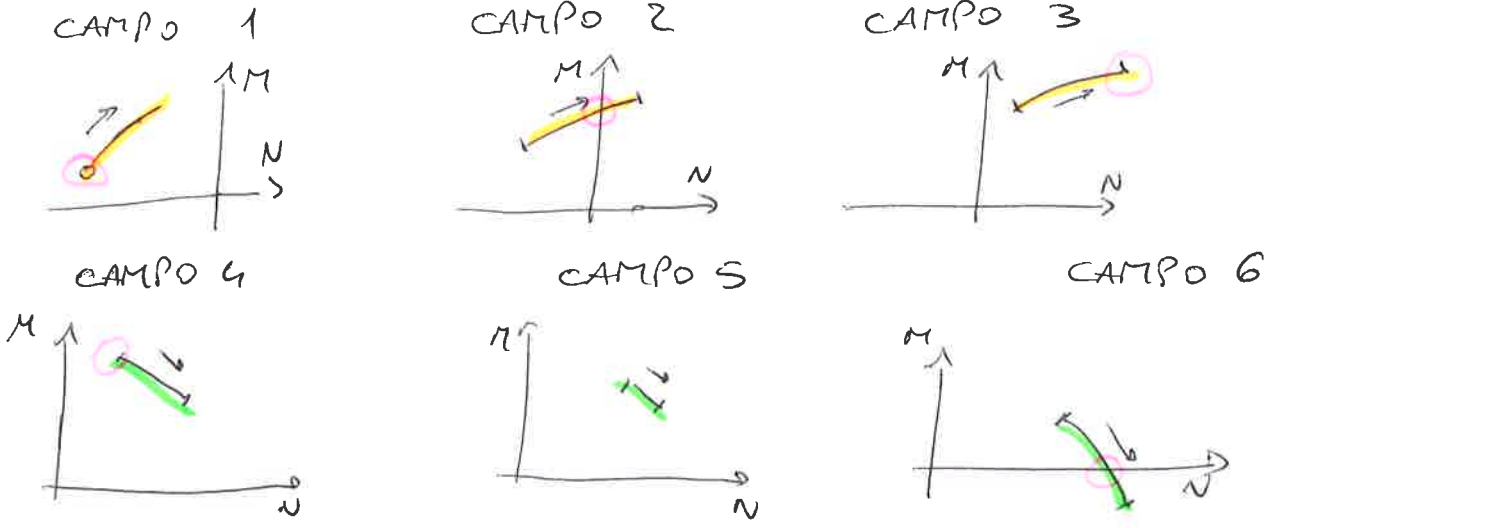
6a.  $A_s$  elastico

6b.  $A_s$  plastico (trazione)

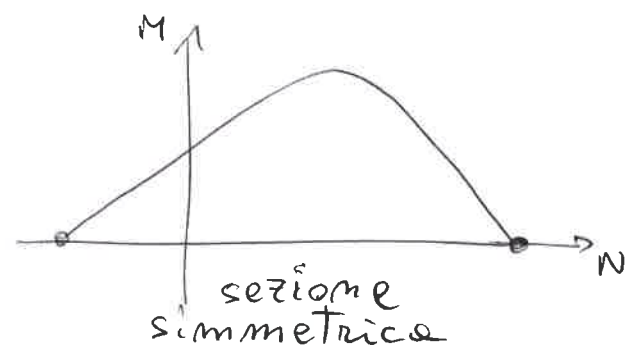
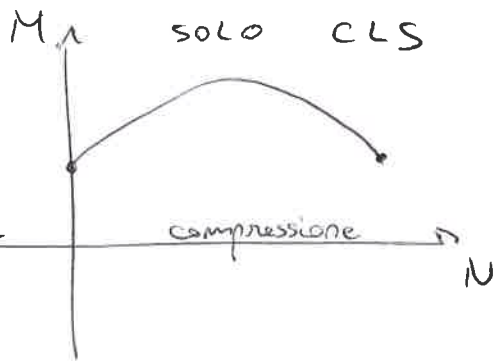
asse neutro  $h \leq x < \infty$   $1 + \delta' \leq \xi \leq \infty$

# DOMINIO DELLE RESISTENZE

Valutazione nei diversi campi della coppia  $M_{rd}/N_{rd}$ .



Sull'asse  $N$  si ha trazione semplice e compressione semplice, sull'asse  $M$  si ha flessione semplice. Sul piano I ( $M, -N$ ) si ha tensio-flessione, sul piano II ( $M, +N$ ) si ha presso-flessione.



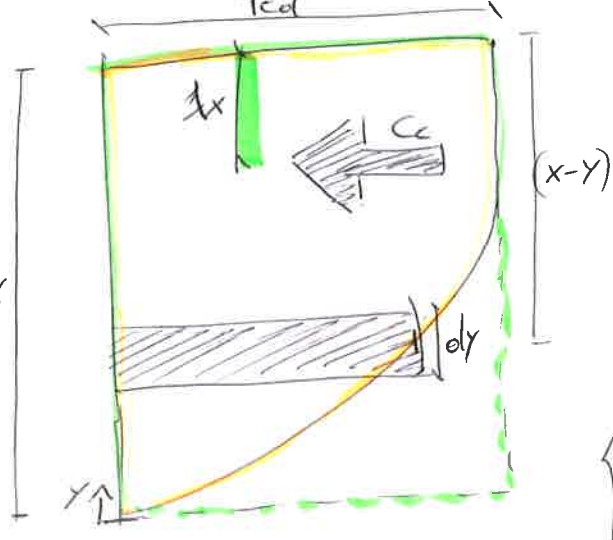
- \* il campo 6 supera l'asse  $N$  finendo in  $-M$  quando arriva al momento negativo, ~~prima~~ dopo la compressione semplice, dato che l'eccezio inferiore solitamente è più grande rispetto al superiore.
- \* Il passaggio tra 3 e 6 ha il momento massimo.
- \* Nel campo 2 si verifica flessione semplice, quando si equilibrano gli sforzi sugli elementi.
- \* All'aumentare dell'eccezio, il dominio tende verso l'esterno (si ingrandisce).



~~COEFFICIENTI  $\Psi$  e  $\lambda$~~  **COEFFICIENTI  $\Psi$  e  $\lambda$**

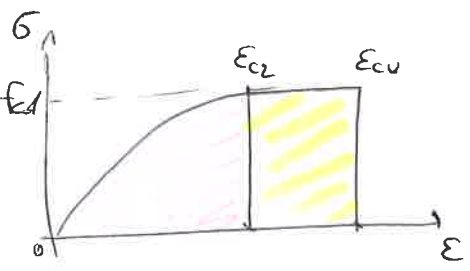
$$\Psi = \frac{\int_0^x b G_c(y) dy}{b \times f_{cd}}$$
 coefficiente di riempimento

$$\lambda x = \frac{\int_0^x b G_c(y)(x-y) dy}{\int_0^x b G_c(y) dy}$$
 distanza tra applicazione  $C_c$  e lembo superiore



$$\left\{ \begin{aligned} S_{nn} &= \int_0^x b G_c(y)(x-y) dy && \text{momento statico} \\ A &= \int_0^x b G_c(y) dy && \text{area grafica} \end{aligned} \right.$$

- campo 2:  $0 < \Psi \leq 0,8055$   $0 \leq \lambda < 0,416$
- campo 3,4,5:  $\Psi = 0,8055$   $\lambda = 0,416$
- campo 6:  $0,8055 \leq \Psi \leq 1$   $0,416 \leq \lambda \leq 0,5$



- caso 1:  $\epsilon_c \leq \epsilon_{c2}$  (elastico)
- caso 2:  $\epsilon_{c2} \leq \epsilon_c \leq \epsilon_{cu}$  (sviluppatato)

1) 
$$\Psi = \frac{\int_0^x b G_c(y) dy}{b \times f_{cd}} \quad \text{com } G_c = f_{cd} \left[ 1 - \left( 1 - \frac{\epsilon_c}{\epsilon_{c2}} \right)^n \right]$$

$$= \frac{\int_0^{\epsilon_c} f_{cd} \left[ 1 - \left( 1 - \frac{\epsilon}{\epsilon_{c2}} \right)^n \right] b d\epsilon}{b \times f_{cd}} \rightarrow \frac{\int_0^{\epsilon_c} \left[ 1 - \left( 1 - \frac{\epsilon}{\epsilon_{c2}} \right)^n \right] \frac{x}{\epsilon_{c2}} d\epsilon}{x}$$

$$= 1 + \frac{1}{n+1} \left( 1 - \frac{\epsilon_c}{\epsilon_{c2}} \right)^{n+1} \frac{\epsilon_{c2}}{\epsilon_c} - \frac{1}{n+1} \frac{\epsilon_{c2}}{\epsilon_c} \quad \text{per } \epsilon_c = \epsilon_{c2} \quad \boxed{\Psi = \frac{n}{n+1}}$$

2) 
$$\Psi = \frac{\int_0^x b G_c(y) dy}{b \times f_{cd}} \rightarrow \frac{b f_{cd} \Psi + b f_{cd} (x-y) - \frac{n}{n+1}}{b \times f_{cd}} = 1 - \frac{1}{n+1} \frac{\epsilon_{c2}}{\epsilon_c}$$

per  $\epsilon_c = \epsilon_{c2} \quad \boxed{\Psi = \frac{n}{n+1}}$ , per  $\epsilon_c = \epsilon_{cu} \quad \Psi = 1 - \frac{1}{n+1} \frac{\epsilon_{c2}}{\epsilon_{cu}} \approx 0,8055$

3) 
$$\lambda x = \frac{\int_0^x b G_c(y)(x-y) dy}{\int_0^x b G_c(y) dy} \quad \text{com } G_c = f_{cd} \left[ 1 - \left( 1 - \frac{\epsilon}{\epsilon_{c2}} \right)^n \right]$$

$$\boxed{\lambda} = \frac{\frac{1}{2} - \frac{1}{\epsilon_c} \left[ \frac{\epsilon_{c2}}{n+1} + \frac{\epsilon_c^2}{(n+1)(n+2)} \frac{1}{\epsilon_c} \left( 1 - \frac{\epsilon_c}{\epsilon_{c2}} \right)^{n+2} - \frac{\epsilon_{c2}^2}{\epsilon_c(n+1)(n+2)} \right]}{1 + \frac{1}{n+1} \left( 1 - \frac{\epsilon_c}{\epsilon_{c2}} \right)^{n+1} \left( \frac{\epsilon_{c2}}{\epsilon_c} \right) - \frac{1}{n+1} \frac{\epsilon_{c2}}{\epsilon_c}}$$

per  $\epsilon_c = \epsilon_{c2}$   $\lambda = \frac{n+1}{2(n+2)} \approx \frac{3}{8}$

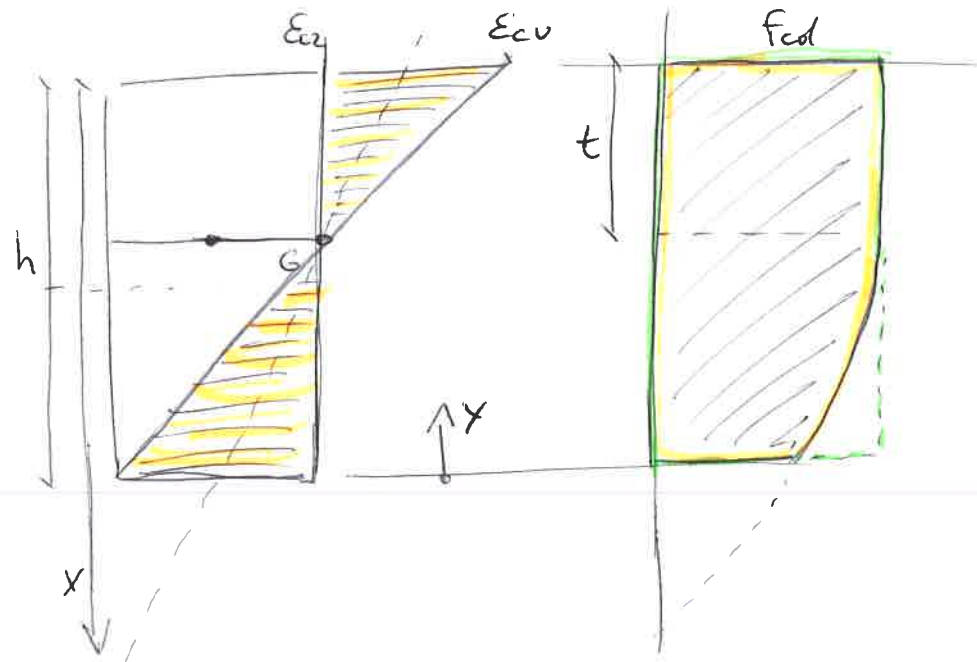
$$2) \lambda_x = \frac{\int_0^x b \delta(y)(y-x) dy}{\int_0^x b \delta(y) dy}$$

$$\frac{\frac{n}{n+1} \frac{\epsilon_{c2}}{\epsilon_c} \left( 1 - \frac{n+3}{2(n+1)} \frac{\epsilon_{c2}}{\epsilon_c} \right) + \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{\epsilon_{c2}}{\epsilon_c} \right)^2}{1 - \frac{1}{n+1} \frac{\epsilon_{c2}}{\epsilon_c}}$$

Campo  $G \rightarrow$  de normativa come  $\epsilon_{cu} \rightarrow \epsilon_{c2}$

$$\psi = \frac{b \left[ \int_0^{h-t} \delta_c(y) dy + f_{cd} \cdot t \right]}{b h f_{cd}} = \frac{1 - \frac{1}{n+1} \frac{\epsilon_{c2}}{\epsilon_{cu}} \left( \frac{\epsilon_c - \epsilon_{c2}}{\epsilon_{cu} - \epsilon_{c2}} \right)^n}{1 - \frac{1}{n+1} \frac{\epsilon_{c2}}{\epsilon_c}}$$

$$\lambda = \frac{b \left[ \int_0^{h-t} \delta_c(y)(h-y) dy + \frac{1}{2} f_{cd} t^2 \right]}{b \psi f_{cd}} = \frac{1}{\psi} \left( \frac{1}{2} + \left( \frac{\epsilon_c - \epsilon_{c2}}{\epsilon_{cu} - \epsilon_{c2}} \right)^n \frac{1}{n+1} \frac{\epsilon_{c2}}{\epsilon_{cu}} \left( 1 + \frac{1}{n+2} \frac{\epsilon_{c2}}{\epsilon_{cu}} \right) \right)$$



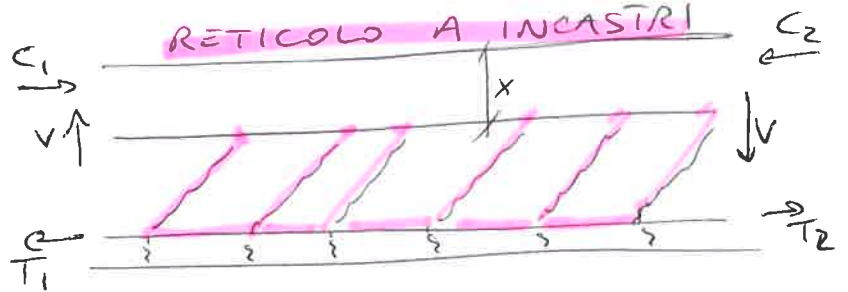
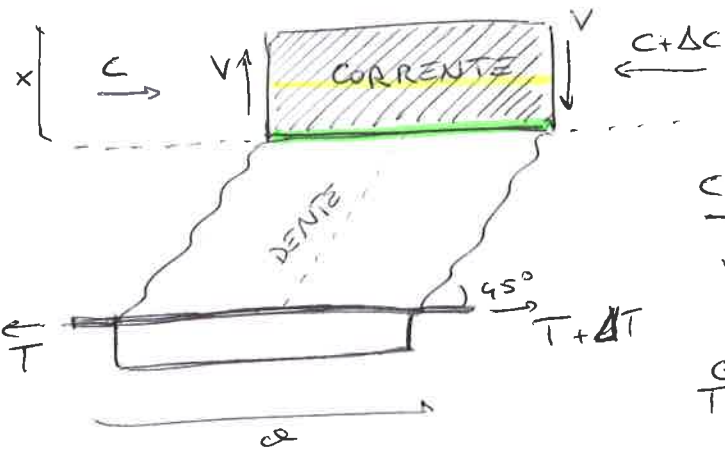
# 10 TAGLIO SLU

L'analisi agli SLU si effettua tramite gli sforzi interni, per cui si trova  $V_{ed} \geq V_{ed}$  in verifica.

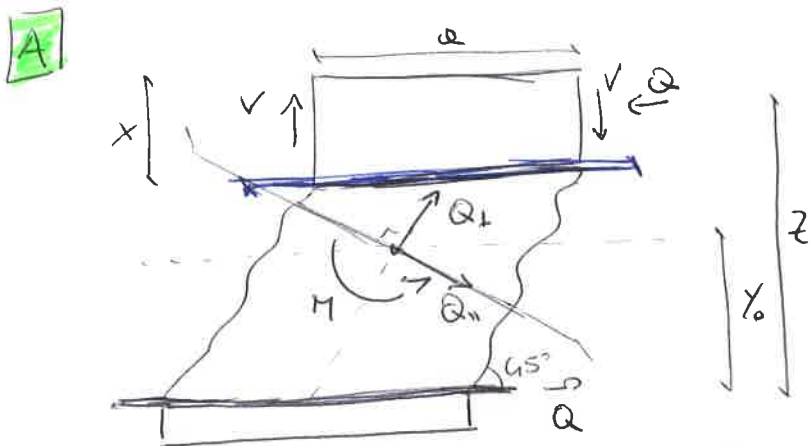
Sul modulo

equilibrio orizzontale

$$\begin{cases} T + \Delta T = C + \Delta C \\ C = T \end{cases} \Rightarrow Q = \Delta C = \Delta T$$



- TIPOLOGIE DI COLLASSO
- A crisi sezione dente-corrente
  - B crisi cls corrente per trazione



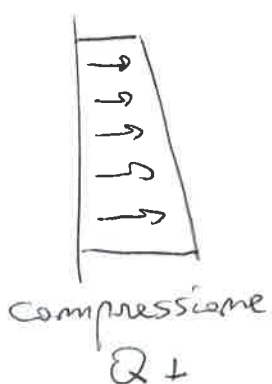
Gli sforzi  $\Delta C$  e  $\Delta T$  generano  $Q$ , che crea un momento sul dente  $M = Q \cdot y_0$

$$Q \begin{cases} Q_+ = Q \frac{\sqrt{2}}{2} \\ Q_- = Q \frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases}$$

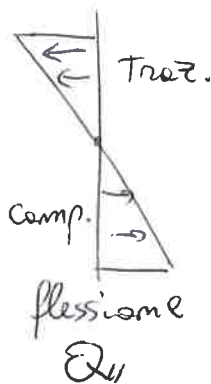
Sezione è soggetta a flessione ( $Q_-$ ) e a compressione ( $Q_+$ ):

- se trazione ( $Q_-$ ) < compressione ( $Q_+$ )  $\Rightarrow$  OK
- se trazione ( $Q_-$ ) > compressione ( $Q_+$ )  $\Rightarrow$  COLLASSO!

Sovrapposizione effetti pressa-flessione

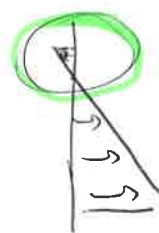


+



=

$T > C$



rischio di collasso al dente

$T < C$



Tutto compresso

→ Verifica della trazione in CLS

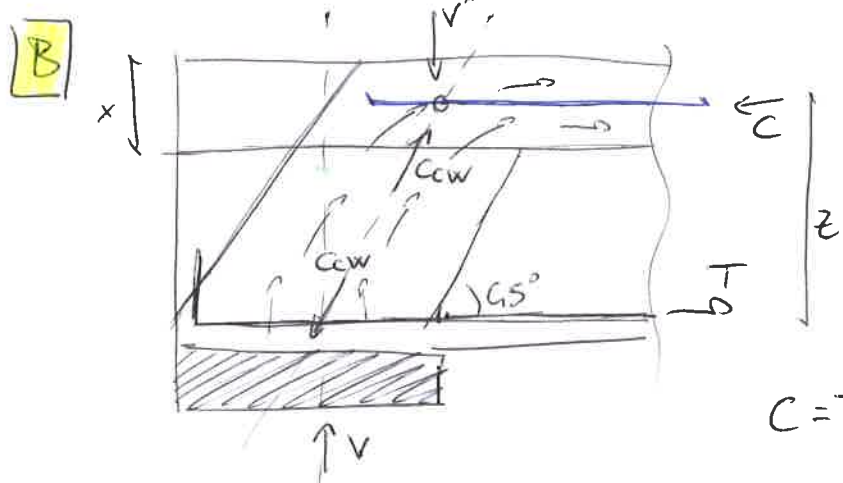
$f_{ctf}$  = resistenza CLS a trazione dovuta alla flessione  
 se  $\sigma_{ct} \rightarrow f_{ctf}$  si fessura! Quindi collasso al dente-corrente

$$\sigma_{ct} = \frac{Q \cdot y_0}{W} - \frac{Q \cdot z}{A} = Q \cdot \frac{y_0}{b \left(\frac{a\sqrt{z}}{2}\right)^2} - \frac{Q \cdot \frac{\sqrt{z}}{2}}{b \cdot \frac{\sqrt{z}}{2}} = \frac{Q}{b \cdot a} \left[ \frac{12 \cdot y_0}{a} - 1 \right]$$

sperimentalmente  $\sigma_{ct} \rightarrow f_{ctf} = \frac{Q}{b \cdot a} \cdot \frac{28}{5}$

proporzione  $V : a = Q : z \rightarrow Q = \frac{V \cdot a}{z}$

teglia di rottura:  $V = \frac{5}{28} b \cdot z \cdot f_{ctf} \Rightarrow V_{rd[A]} = 0,28 b \cdot z \cdot f_{ctf}$



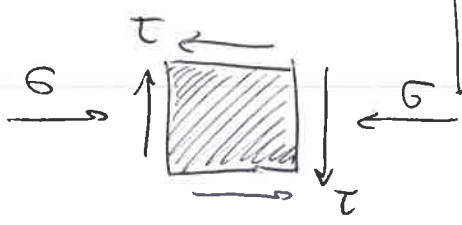
Velutazione del modulo dell'appoggio perché massimizza gli sforzi V.

↳ Trasferimento di V in T dell'acciaio e in C del CLS.

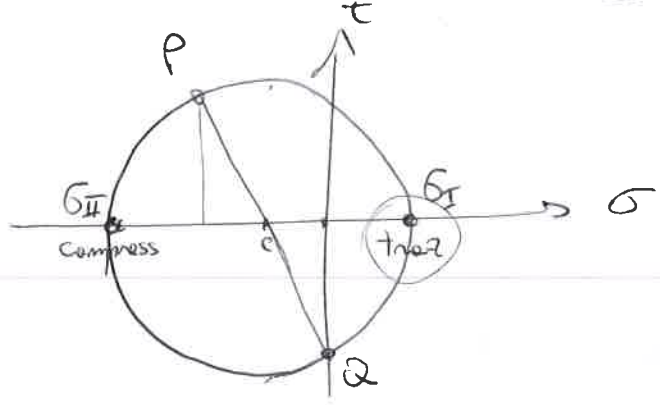
$$C = T = V \Rightarrow c_{cw} = V \sqrt{2} = T \sqrt{2}$$

Velutazione dello sforzo C in corrente dovuto al taglio V sull'appoggio.

Un elemento infinitesimo sul corrente



$$\begin{cases} P = (-\sigma, \tau) \\ Q = (0, -\tau) \end{cases}$$



Verificare  $\sigma_I$  di trazione, se  $\sigma_I \rightarrow f_{ct}$  si ha collasso del corrente

$$\sigma_I = 0,62 \cdot 1,61 = \frac{V}{b \cdot x} \cdot 0,62$$

teglia di rottura  $V_{rd[B]} = 1,61 b \cdot x \cdot f_{ct}$

Verifica finale SLU

$$V_{rd} = \min \left\{ V_{rd[A]}, V_{rd[B]} \right\} \leq V_{ed}$$



→ Ricerca del limite a rottura contemporanea

$$V_{rdA} = 0,28 b 0,8 d f_{ct} = 1,61 b x f_{ct} = V_{rdB}$$

rapporto adimensionale  $\frac{x}{d} = \xi \cong 0,16$

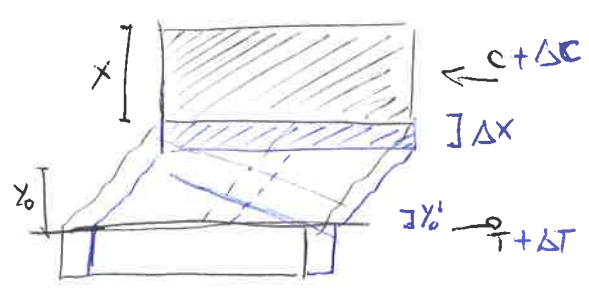
- se  $\xi > 0,16$  rottura dente-corrente (A) → x grande
- se  $\xi < 0,16$  rottura corrente (B) → x piccolo

EFFETTO PETTINE

Resistenza della Trave in CA armata a flessione, senza aggiungere armature per taglio, dovuta ai 3 contributi:

1. AZIONE ASSIALE

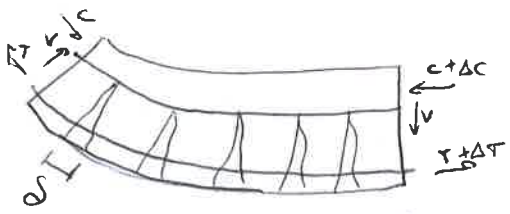
Dalla valutazione della rottura ( $V_{rdA}$ ) in dente-corrente, si ha  $\sigma_{ct} = \frac{Q \cdot y_0}{W} - \frac{Q \frac{\sqrt{2}}{2}}{A}$ . Quindi, in presenza di compressione sul corrente (trasferita all'incastro) lo sforzo ~~resistenza~~ sul cls si riduce.



Il modulo vede la crescita del corrente  $x$ , rendendo più resistente la trave.

2. EFFETTO SPINOTTO

Il contributo della Barra inferiore permette una deformazione nel lembo teso  $\delta$ .

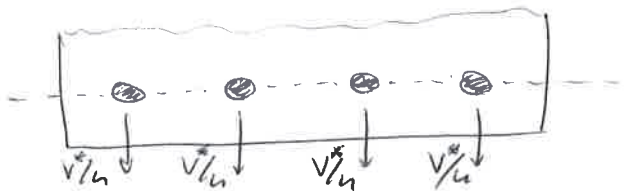


Deformazione dovuta allo scorrimento relativo fra i conci, quindi taglio limitato dalla trazione nelle barre essendo  $T = Q$ .  
→ contributo  $V^* a$



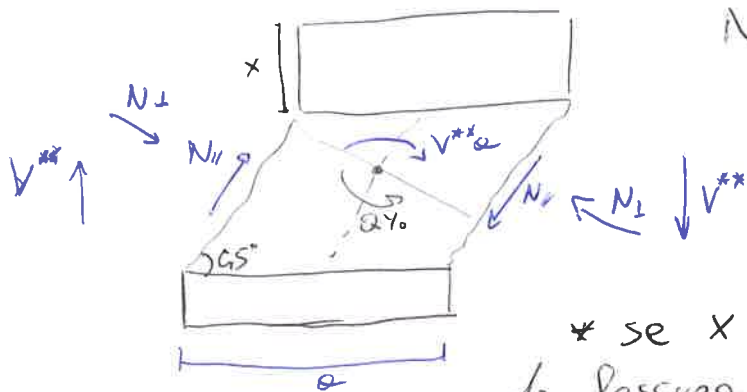
$$\sigma_{ct} = \frac{Q y_0 - V^* a}{W} - \frac{Q \frac{\sqrt{2}}{2}}{A}$$

⚠ Attenzione allo sfondellamento del calcestruzzo in copriferro



### 3. INGRANAMENTO INERTI

Per ogni fessura si ha frizione dovuta allo scorrimento degli inerti. Questo provoca attrito tra i moduli migliorando la resistenza.



$N_{||} = \mu N_{\perp}$  ( $\mu = \text{coeff d'attrito}$ )  
che genera  $V^{**}_a$

$$\sigma_{ct} = \frac{Q \gamma_0 - V^*_a - V^{**}_a}{w} - \frac{Q}{A} \frac{\sqrt{2}}{2}$$

\* se  $x$  è troppo piccolo, l'ampiezza di fessura è troppa per creare attrito, quindi non ha effetto.

La normativa valuta l'effetto peltine come (CAP. 4 NTC08)

$$V_{Rd} = \left\{ 0,18 k (100 \cdot \rho_l f_{ctk})^{1/3} \frac{1}{\gamma_c} + 0,15 \sigma_{cp} \right\} b w d$$

effetto spintolo + ingranamento inerti

azione assiale

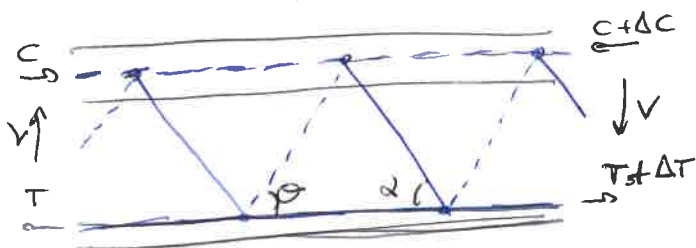
con

$$\begin{cases} k = \sqrt{\frac{200}{d}} + 1 \leq 2 \\ \rho_l = \frac{A_{sl}}{b d} \leq 0,02 \\ \sigma_{cp} = \frac{N}{b h} \end{cases}$$

### ARMARE A TAGLIO

scheme iperstatico reticolare pluriconnesso

elementi:  $\begin{cases} \text{CIS compresso} \\ \text{Acc teso} \\ \text{Acc staffe} \end{cases}$



$$\begin{aligned} 1 \leq \cot \alpha \leq 2,5 & \rightarrow 21,38^\circ \leq \alpha \leq 45^\circ \\ 0 \leq \cot \alpha \leq 1 & \rightarrow 45^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ \end{aligned}$$

Determinazione delle crisi degli elementi

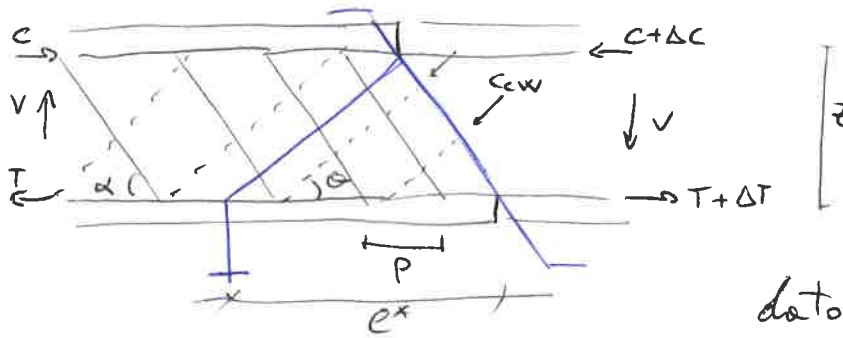
(A)  $V_{Rsd}$

crisi acciaio per taglio trazione

(B)  $V_{Rcd}$

crisi CIS per taglio compressione

**$V_{rcd}$**  Deve essere sempre verificato  $V_{rcd} > V_{ed}$  altrimenti la struttura in cls collassa senza che l'armatura possa impedirlo.



La compressione di ogni puntone è la risultante  
 $C_{cw} = \sum_i^n c_{cw} = n_{pun} c_{cw}$   
 $V = n_{pun} \cdot c_{cw} \cdot \sin \theta$

dato che  $c_{cw} = A_{pun} \cdot \sigma_c$   
 e  $A_{pun} = b p \sin \theta$

$\Rightarrow V = n_{pun} \sigma_c b p \sin^2 \theta$   
 $n_{pun} = \frac{e^*}{p}$

$\rightarrow V = \frac{e^*}{p} \sigma_c b p \sin^2 \theta$

$l^* = z (\cot \alpha + \cot \theta)$

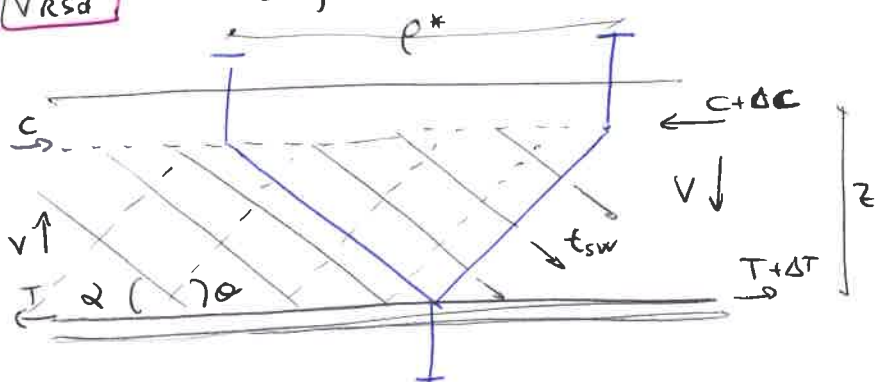
$\rightarrow V = z (\cot \alpha + \cot \theta) \sigma_c b \sin^2 \theta$

Il collasso si ha per  $\sigma_c \rightarrow f_{cd} = \frac{f_{cd}}{2}$

quindi

**$V_{rcd} = b \frac{f_{cd}}{2} z (\cot \alpha + \cot \theta) \sin^2 \theta$**

**$V_{rsd}$**  Si verificano le armature eventualmente da aggiungere



La trazione per ogni staffa è la somma

$T_{sw} = \sum_i^n t_{sw}$

$V = n_{st} \cdot t_{sw} \cdot \sin \alpha$

dato che  $t_{sw} = A_{st} \cdot \sigma_s$

e  $n_{st} = \frac{e^*}{p}$

con  $l^* = z (\cot \alpha + \cot \theta)$

$\rightarrow V = z (\cot \alpha + \cot \theta) \frac{A_{st}}{p} \sigma_s \cdot \sin \alpha$

Il collasso si ha per  $\sigma_s \rightarrow f_{sd}$

quindi

**$V_{rsd} = f_{sd} z \frac{A_{st}}{p} \sin \alpha (\cot \alpha + \cot \theta)$**

\* ipotesi di staffe verticali  $\alpha = 90^\circ$

$$\left\{ \begin{aligned} V_{rcd} &= b z f_{cd} / 2 \frac{\cot \theta}{1 + \cot^2 \theta} \\ V_{rsd} &= f_{sd} z \frac{A_{st}}{p} \cot \theta \end{aligned} \right.$$

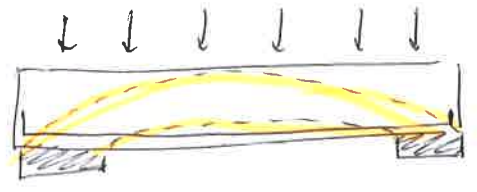
Il progetto ottimizza i materiali sfruttandoli al massimo con la crisi contemporanea degli elementi. Si sceglie  $\theta$  per un modello a inclinazione variabile. Indicazioni da normativa:

$A_{st} = 1,5 b \frac{mm^2}{m}$  con  $A_{st} = n_{st} \cdot n_b \cdot a_{sw}$   
 e  $n_{st} = \frac{1000}{p}$

$p = \min \left\{ \frac{1000}{3}; 0,8d \right\}$

**EFFETTO ARCO**

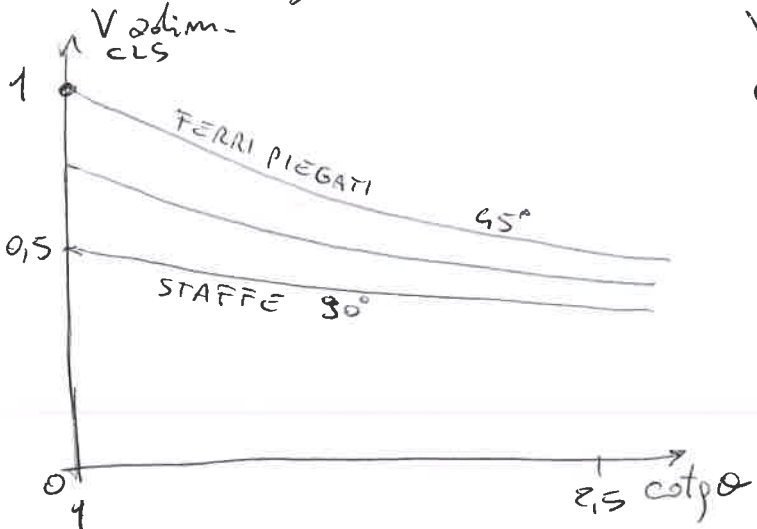
Alternativo del modello a Traliccio per travi tozze



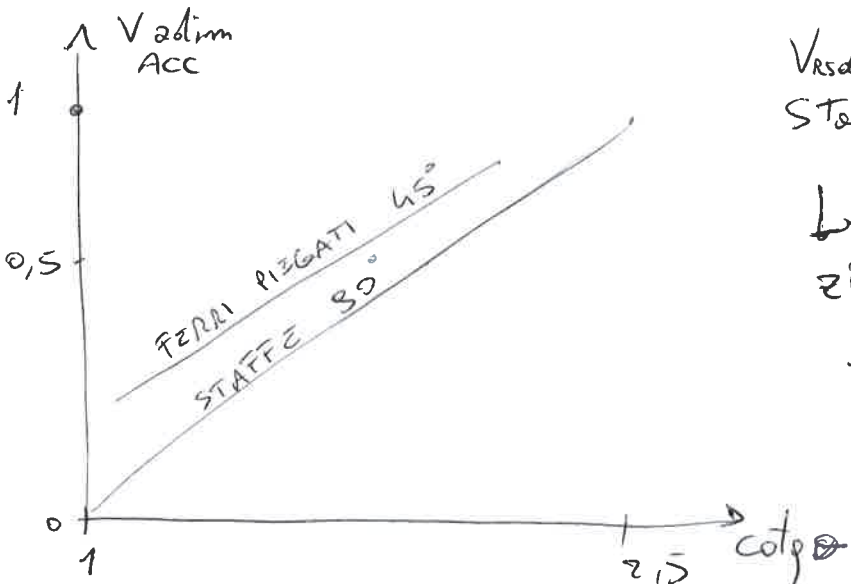
Non si richiede l'armatura a taglio

**PROGETTO OTTIMALE**

Ricerca degli angoli variabili per ottimizzare i materiali



$V_{u,lim}$  maggiore si ha per  $\cot \theta = 1$  e ferri piegati, ~~ma l'acciaio non~~ ma la costruzione sarebbe onerosa.



$V_{u,lim}$  maggiore si ottiene con Staffe a  $90^\circ$ .

Esistono diverse configurazioni di  $\alpha$ , purché  $1 \leq \cot \theta \leq 2,5$  e  $V_{u,lim} \geq V_{ed}$

Procedura;

Considerando il minimo  $V_{ed} = V_{red}$ , trovo l'angolo  $\alpha^*$

$$V_{ed} = b z \frac{f_{cd}}{2} \frac{\cotg \alpha^*}{1 + \cotg^2 \alpha^*} \text{ dalle resistenze del c/c.}$$

Quindi si valuta la resistenza dell'acciaio con incognite

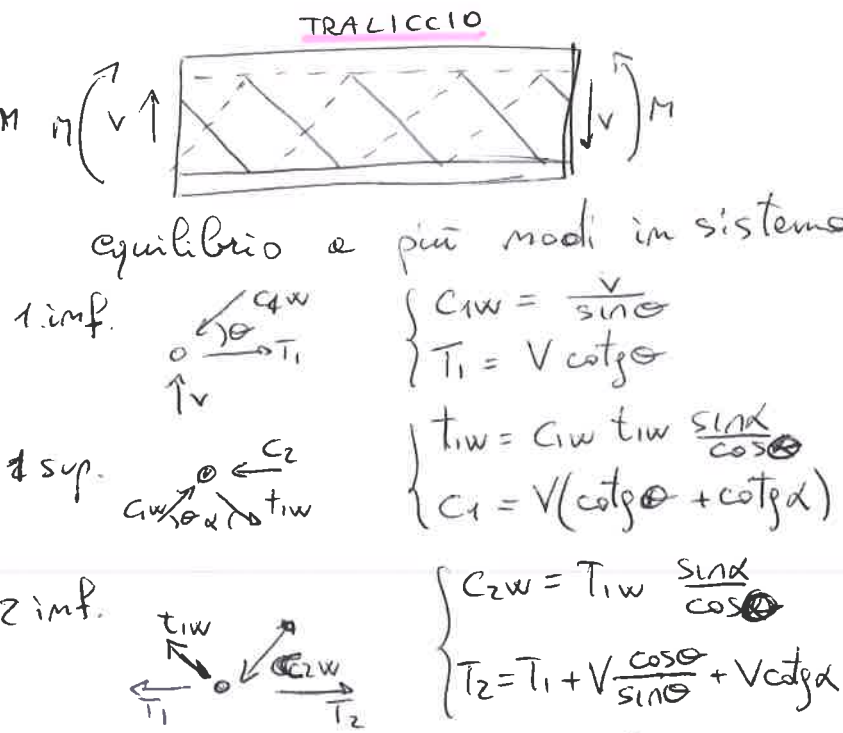
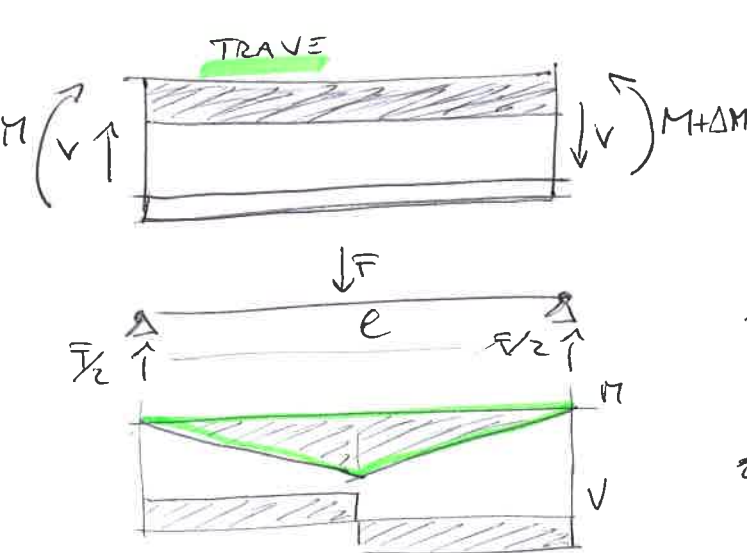
$$A_{sw} \text{ e } \rho: V_{ed} = \left( \frac{A_{sw}}{\rho} \right) f_{yd} z \cotg \alpha^*$$

\* si sceglie  $\alpha = 80^\circ$  per semplicità di costruzione

Da normativa  $\rho = \min \left\{ 0,8d; \frac{1000}{3} \right\}$ , mentre  $A_{sw} = \frac{1,5 b}{n b \frac{1000}{\rho}}$

### TRASLAZIONE DIAGRAMMA MOMENTI

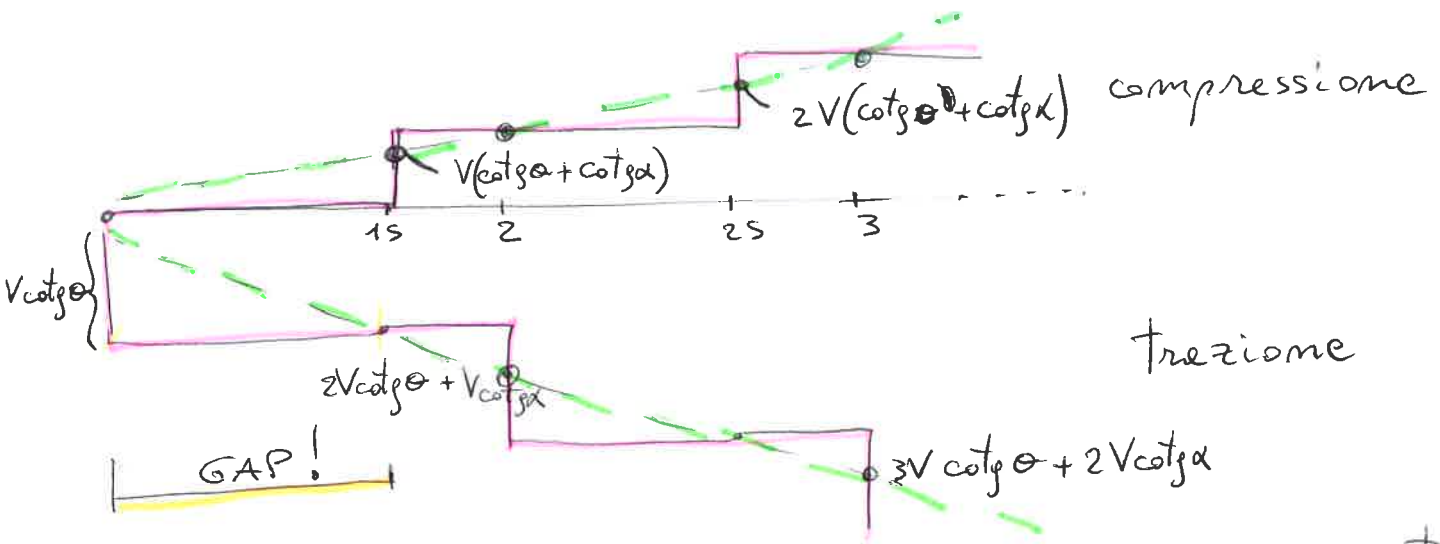
Confronto degli sforzi sul Modello a Trave con flessione e Modello a Traliccio con taglio.



⇒ Nel traliccio la sezione del tiro, per angoli costanti e scelti, è costante  $\Delta T = V (\cotg \alpha + \cotg \alpha)$

Im compressione  $C_i = i \cdot V (\cotg \alpha + \cotg \alpha)$   
 Im trazione  $T_i = i \cdot V (\cotg \alpha) + (i-1) (\cotg \alpha)$

$$\Delta T = \Delta C = V (\cotg \alpha + \cotg \alpha)$$



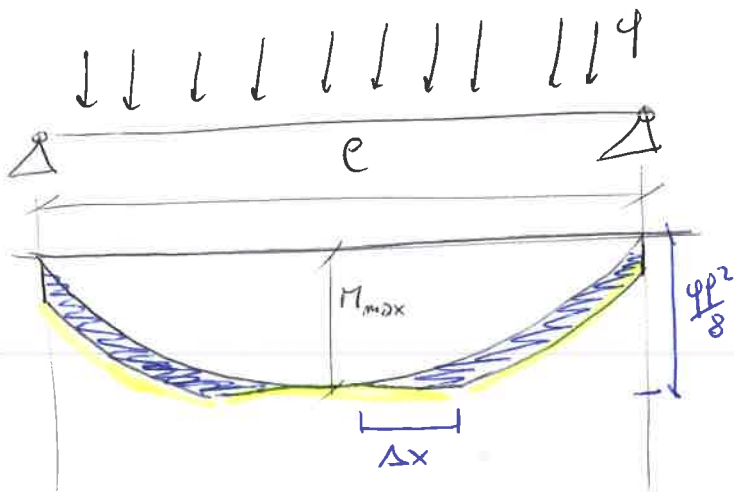
$T_{traliccio} - T_{trave} = \frac{V}{2} (\cotg \theta - \cotg \alpha)$  cioè la sezione a metà di un gradino

⇒ Traslazione del momento verso l'esterno per allungare le armature da taglio, senza aumentare il momento massimo

Valore di  $\Delta x$  per ottenere  $\Delta M$ .

$\Delta M = V \cdot \Delta x = \frac{Vz}{2} (\cotg \theta - \cotg \alpha)$

$\Delta x = \frac{\Delta M}{V} = \frac{1}{2} z (\cotg \theta - \cotg \alpha)$

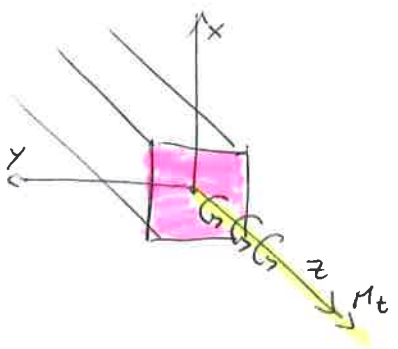


ipotesi di  $\alpha = 90^\circ$   
 e  $\cotg \theta = 2,5$ ,  
 con  $z = 0,8d$   
 si ha

$\Delta x = 1,125d$

# 11. TORSIONE SLV

Momento Torcente relativo all'asse  $z$ , longitudinale alla trave.

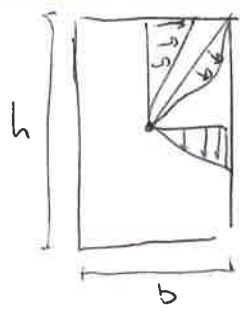


si distingue in

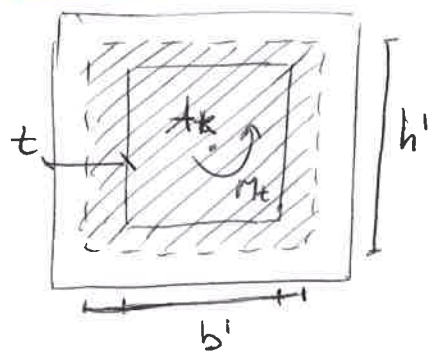
- primaria di equilibrio → struttura isostatica
- secondaria di congruenza → struttura iperstatica

Nella Torsione primaria si aumenta l'armatura resistente a quella del Taglio. Nella torsione secondaria si verifica l'armatura esistente.

SEZIONE RETTANGOLARE →



SEZIONE CAVA EQUIVALENTE =

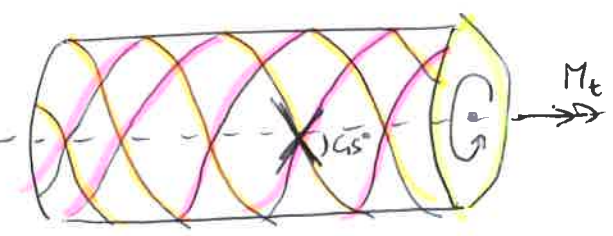
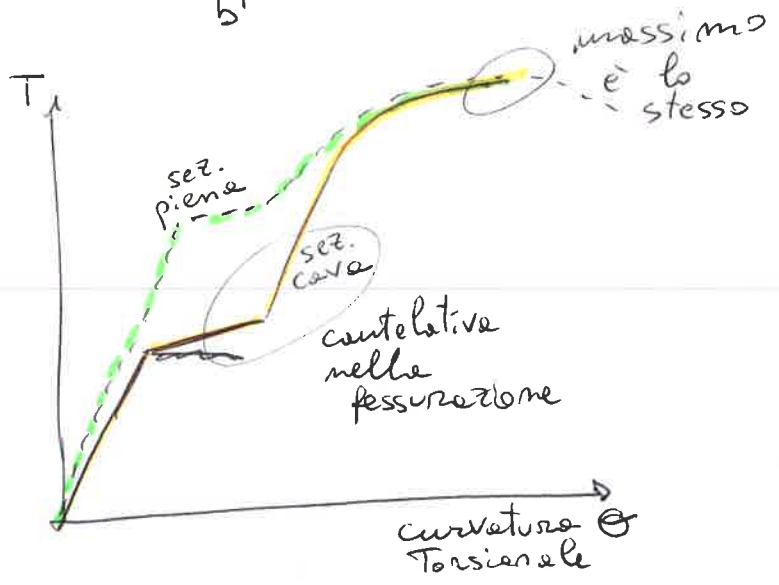


Formule di Bredt (Mt = T)

$$\tau_z = \frac{M_z}{2 \cdot A_k \cdot t}$$

$$T_i = \frac{T \cdot G \cdot S_{ti}}{\sum_{s=1}^m G \cdot S_{ts}}$$

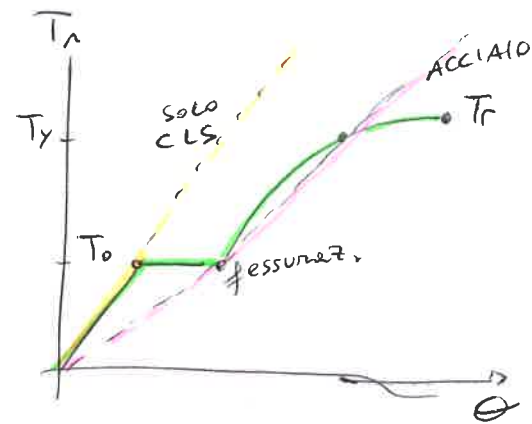
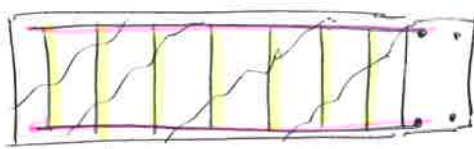
ripartizione della Torsione  
resistenza torsionale  
 $S_t = k \cdot b^3 \cdot h$



- contributi di
- stiffe
  - CLS
  - acciaio longitudinale

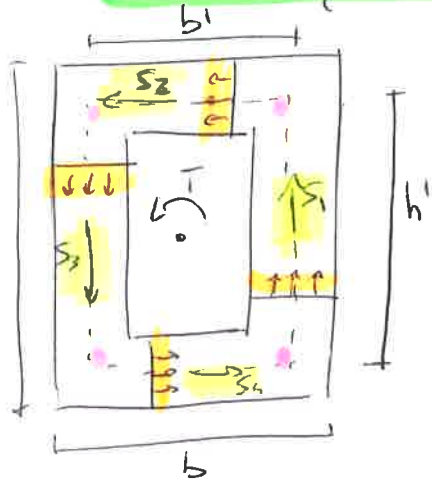
fessure elicoidali → acciaio disposto a 45° dalle fessure, ma progetto oneroso !!

RETICOLO SEMPLIFICATO



⇒ 3 momenti resistenti

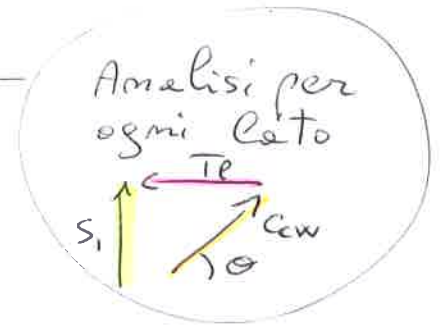
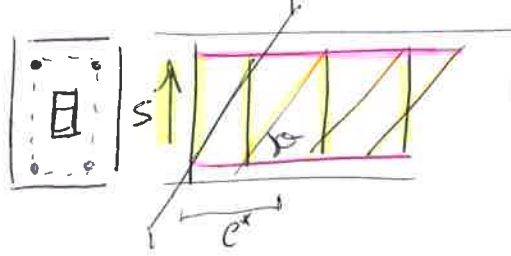
$$T_{red} = \min \{ T_{rcd}; T_{rsd}; T_{resd} \}$$



flusso  $q = \tau \cdot t$  sulle cornice  
integrare il flusso sui lati

$$S_1 = S_3 = \tau t h'$$

$$S_2 = S_4 = \tau t b'$$



• CLS puntone ( $T_{rcd}$ )

$$C_{cw} = \frac{S_1}{\sin \theta} = A_{cw} \cdot G_{cw} = h' \cos \theta \cdot t \cdot G_{cw}$$

dato che  $S_1 = \tau t h'$  allora:  $\frac{\tau t h'}{\sin \theta} = h' \cos \theta \cdot t \cdot G_{cw}$

th. Bredt  $\tau = \frac{T}{2 A_k t} \leadsto \frac{T}{2 A_k t} = \cos \theta \sin \theta G_{cw} \quad G_{cw} \rightarrow f_{cd}^t$

$$T_{rcd} = 2 A_k t f_{cd}^t \frac{\cot \theta}{1 + \cot^2 \theta}$$

• Acc longitudinale ( $T_{resd}$ )

per  $S_1 = T_{r1} t \theta, S_2 = T_{r2} t \theta$   
 $S_3 = T_{r3} t \theta, S_4 = T_{r4} t \theta$

$$2 S_1 + 2 S_2 = \sum_i^{nb} A_{sp_i} G_s t \theta$$

$$\tau t (2h' + 2b') = \sum_i^{nb} A_{sp_i} G_s t \theta$$

$G_s \rightarrow f_{rd}$  e  $\tau = \frac{T}{2 A_k t}$

$$T_{resd} = 2 \frac{A_k}{\mu} A_{sp} f_{rd} t \theta$$

• staffe ( $T_{resd}$ )

$$T_{st} = S_1 = \tau t h' = n_{st} \cdot a_{st} \cdot G_s$$

con  $n_{st} = \frac{e^*}{p}$  e  $e^* = h' \cot \theta, \tau = \frac{T}{2 A_k t}$  e  $G_s \rightarrow f_{rd}$

$$T_{resd} = \frac{2 A_k}{p} a_{st} f_{rd} \cot \theta$$



## (12) CARICHI e AZIONI

Confronto/verifica in termini di **CARICHI AGENTI**, che devono essere più piccoli rispetto ai carichi sopportabili dalla struttura [struttura in acciaio], o in termini di **AZIONI INTERNE**, per il metodo degli stati limite dei coefficienti parziali [SLU] ~~SLU~~ → Calcolo azioni dai carichi

### Classificazione

- **PERMANENTI**  $\left\{ \begin{array}{l} \text{STRUTTURALI } (G_1) \\ \text{NON STRUTTURALI } (G_2) \end{array} \right.$

di durata continua per la vita utile della struttura con variazioni minime nel tempo.

- **VARIABILI** (Q) con occorrenze discrete più o meno puntuali nel tempo, in base all'uso della struttura.

- **AZIONI ECCEZIONALI** (A) difficilmente prevedibili e breve durata.

- **AZIONI SISMICHE** (E) effetto ondulatorio.

Del valore caratteristico  $Q_k$  (SS: delle prove)

+ coeff RIDUTTIVI  $\psi < 1$

$$[\psi_2, \psi_1, \psi_0]$$

• valore nero SLU/SLE irrev

• valore frequente SLU/SLE rev

• valore quasi permanente SLU/SLE rev

→ **combinazione dei carichi**, improbabile che agiscano tutti al massimo. Dipendono dalle categorie di destinazione d'uso.

1) **fondamentale**  $\gamma_{G1} \cdot G_1 + \gamma_{G2} \cdot G_2 + \gamma_{Q1} \cdot Q_1 + \sum_i \psi_{0i} \cdot \gamma_{Qi} \cdot Q_i$

2) **caratteristica/rara**  $G_1 + G_2 + Q_{k1} + \sum_i \psi_{0i} \cdot Q_i$

3) **frequente**  $G_1 + G_2 + \sum_i \psi_{1i} \cdot Q_i$

4) **quasi permanente**  $G_1 + G_2 + \sum_i \psi_{2i} \cdot Q_i$

5) **sismica**  $E + G_1 + G_2 + \sum_i \psi_{2i} \cdot Q_i$

6) **eccezionale**  $A + G_1 + G_2 + \sum_i \psi_{2i} \cdot Q_i$

⇒ Si pone un carico variabile alla volta col valore massimo e si combinano le forze, valutando il caso peggiore.

$\gamma$  = coeff di SICUREZZA dei <sup>carichi</sup> materiali, ~~( $\gamma$ )~~ assume valore diverso sia per ogni carico che per il tipo di verifica

SLU  $\left\{ \begin{array}{l} EQU \text{ equilibrio del corpo rigido} \\ STR \text{ resistenza struttura} \\ GEO \text{ resistenza terreno} \end{array} \right.$

si distingue un carattere FAVOREVOLE da SFAVOREVOLE

$$\boxed{\gamma_{STAV} > \gamma_{FAVOR}}$$

AUMENTA                      RIDUCE

SLE  $\left\{ \begin{array}{l} \text{fessurazione} \rightarrow \text{c. frequente} \\ \text{abbassamento} \rightarrow \text{c. quasi permanente} \\ \text{tens. ammiss.} \rightarrow \text{c. rara o frequente} \end{array} \right.$

Il coeff di SICUREZZA dei materiali ( $\gamma_m$ ) dipende dall'incertezza delle prove meccaniche di resistenza

CLS:  $\gamma_c = 1,5$

ACCIAIO ARMATURA:  $\gamma_s = 1,15$

ACCIAIO PRECOMP.:  $\gamma_s = 1,5$

⇒ concetto statistico del metodo ai coefficienti parziali, in base alla distribuzione di Gauss nelle prove.

## CLASSIFICAZIONE AZIONI

- modo di esplicarsi:
  - dirette
  - indirette
  - degrado
- risposta struttura:
  - statiche
  - pseudo-statiche
  - dinamiche
- variazione intensità:
  - permanenti
  - variabili
  - eccezionali
  - sismiche

**CARICO NEVE**

molto variabile e inferiore agli altri carichi, di tipo statico.

$$q_s = q_{sk} \mu_i C_e \cdot C_T$$

$q_{sk}$  = valore caratteristico

dipende dalla zona (zona I alpina, zona I mediterranea, zona II e zona III) in funzione della quota.

Δ fino a 1500m!

$C_e$  = coeff esposizione  $\approx 1$

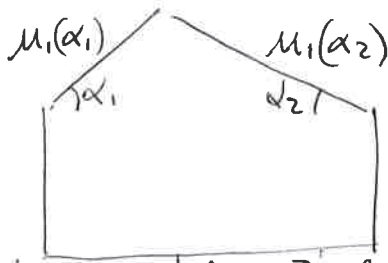
$C_T$  = coeff. termico  $\approx 1$

$\mu_i$  = coeff forma

dipende dall'angolo della copertura e distingue i casi di accumulo.

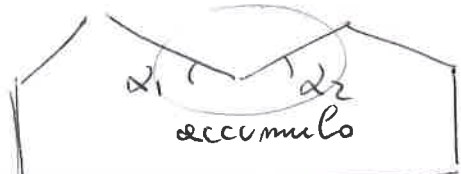
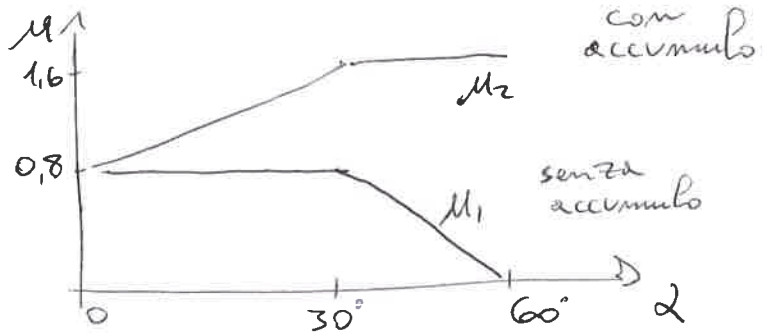


$q_s = \mu_i q_{sk}$   
unico carico



combinazione

- a.  $\mu_i(\alpha_1), \mu_i(\alpha_2)$
- b.  $\frac{\mu_i(\alpha_1) + \mu_i(\alpha_2)}{2}$
- c.  $\mu_i(\alpha_1), \frac{\mu_i(\alpha_2)}{2}$



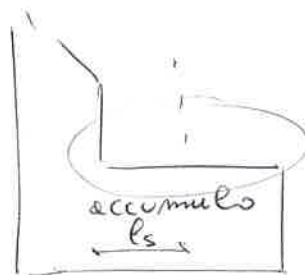
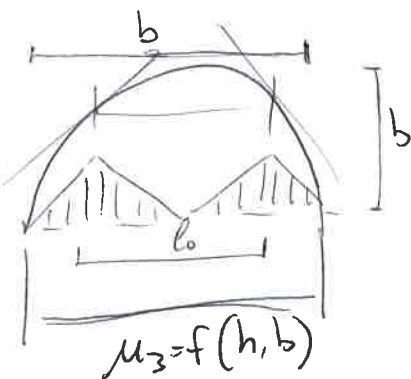
$$\mu_2 \left( \frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2} \right) > \mu_1$$

senza vento  $q$  costante  $\mu_i(\alpha=0)$

con vento  $q$  lineare  $\mu_2(l_s)$

vento + scivolamento

$$\mu_2 = \mu_w + \mu_s$$



CARICO VENTO

carico distribuito orizzontalmente sulle pareti, verso l'alto sulla copertura -

$P = q_b \cdot C_e \cdot C_p \cdot C_d$

$q_b$  = pressione cinetica di riferimento  
 dipende dalle 3 zone in Italia, che fornisce valori:

- $V_{b0}$  = velocità di riferimento al mare (m/s)
- $z_0$  = altitudine riferimento (m)
- $k_z$  = periodo di riferimento (1/s)

$q_b = \frac{1}{2} \rho V_b^2 \Rightarrow V_b \begin{cases} = V_{b0} & \text{per } z_s \leq z_0 \\ = V_{b0} + k_z (z_s - z_0) & \text{per } z_s > z_0 \end{cases}$

$C_e$  = coeff di esposizione  
 contributo aerodinamico in funzione della quota  $z$

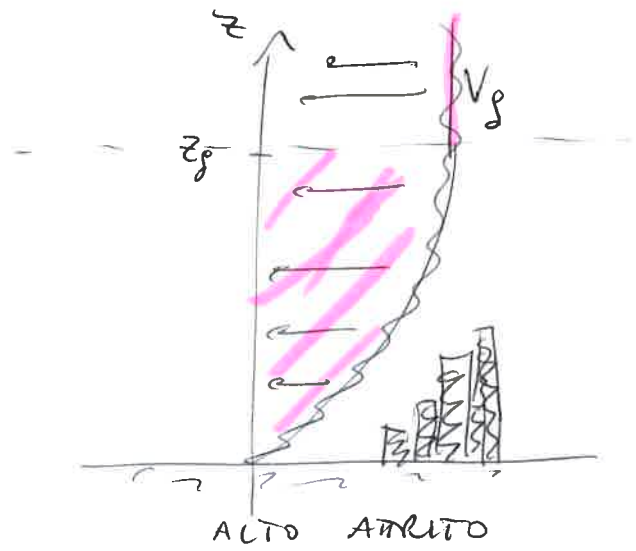
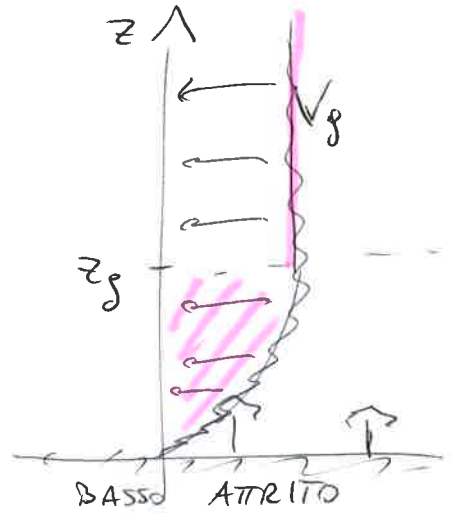
$C_e \cdot \begin{cases} = k_r^2 C_t^2 \ln\left(\frac{z}{z_0}\right) \left[ 7 + C_t \ln\left(\frac{z}{z_0}\right) \right] & \text{per } z \geq z_{min} \\ = C_e(z_{min}) & \text{per } z < z_{min} \end{cases}$

divisione in 5 categorie per distinguere rugosità e topografia ( $k_r$  e  $C_t$ ).

$C_d$  = coeff dinamico  $\approx 1$

$C_p$  = coeff di forma  
 dipende dall'interazione elemento-vento.

↳ SPETTRO DI VELOCITÀ del VENTO  
 ⇒ Rappresentazione del vento in funzione all'altezza e all'attrito al suolo



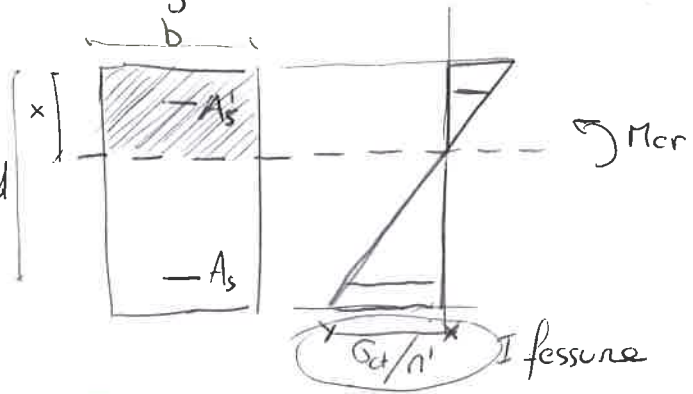
# 13 FESSURAZIONE

Passaggio dallo stadio I allo stadio II si ha per fessurazione del cls teso → Verifica (SLE)

Avviene per ~~Mcr < Med~~  $M_{cr} \leq M_{ed}$ , dato  $M_{cr}$  (cracking) caratteristico dell'elemento

STADIO I  
Tutta la sezione è reagente

STADIO II fessurato  
sezione è parzializzata



$$\Delta \begin{cases} n = \frac{E_s}{E_c} \rightarrow 15 \\ n' = \frac{E_{ct}}{E_c} \sim 0,5 \div 1 \end{cases}$$

Trovare il valore di  $M_{cr}$  dallo sforzo  $f_{ct}$  del cls teso, noto  $S_{nn} = 0$  sull'asse neutro.

$$S_{nn} = \underbrace{\frac{bx^2}{2}}_{\text{cls compresso}} + \underbrace{nAs'(x-d'') - nAs(d-x)}_{\text{armature inf e sup}} - \underbrace{n'b \frac{(h-x)^2}{2}}_{\text{cls teso}} = 0$$

equaz. II grado  $\frac{b}{2}(1-n')x^2 + (n(A_s' + A_s) + n'(bh))x - n(A_s'd'' - A_s d) - \frac{n'b}{2}h^2 = 0$

trovo  $x$  dell'asse neutro dall'equazione di Bernoulli

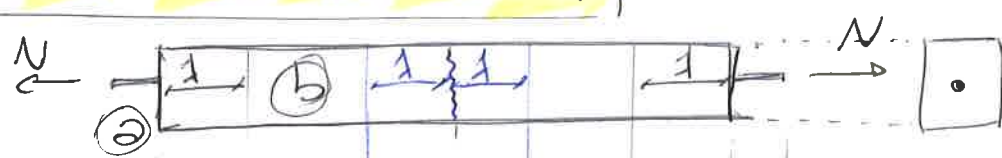
$$\frac{\sigma_{ct}}{n'} = \frac{M}{I_{nn}} (h-x)$$

quindi al massimo sforzo  $\sigma_{ct} \rightarrow f_{ct}$  si ha

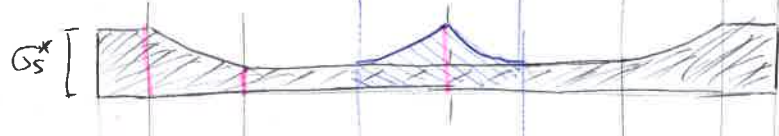
$$M_{cr} = \frac{f_{ct} I_{nn}}{n' (h-x)}$$

## CALCOLO SPERIMENTALE DELLA FESSURA

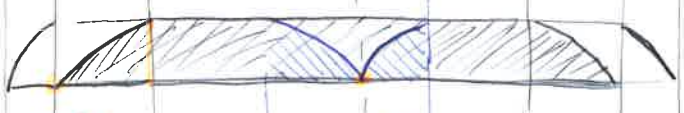
elemento teso con barra centrale



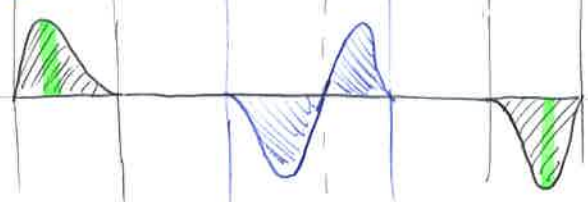
tensione barra  $\sigma_s$



tensione cls  $\sigma_c$



aderenza tangenziale  $\tau$



Si distinguono due zone dovute alla trazione  $N < N_{cr}$

a. Resistenza della barra nuda  $N = \sigma_s^* A_s$ , il calcestruzzo non c'è e non ci sono sforzi tangenziali.

b. Resistenza dell'elemento CA  $N = \sigma_s A_s + \sigma_{ct} A_c = \sigma_{ct} A_c (1 + n \rho_s)$ , reagiscono entrambi gli elementi, ripartito lo sforzo.

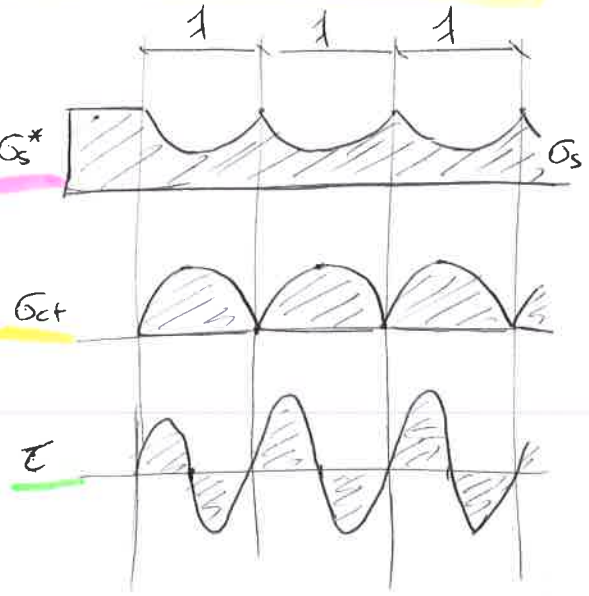
In zone intermedia  $\lambda$  diminuisce lo sforzo dell'acciaio  $\sigma_s^* \rightarrow \sigma_s$  e aumenta quello del cls  $0 \rightarrow \sigma_{ct}$ , provocando sforzi tangenziali  $\tau$ .

$\Rightarrow$  Una nuova fessura crea lo stesso fenomeno annullando il cls, sforzando la barra, tramite  $\tau$  tangenziale.

$$(\sigma_{sx} - \sigma_{dx}) A_s = \tau \pi \phi dx \quad \rightarrow \quad \tau = \frac{(\sigma_{sx} - \sigma_{dx}) A_s}{\pi \phi dx} = \frac{\phi}{4} \frac{d\sigma_s}{dx} \quad \text{trasferimento dello sforzo in } dx.$$

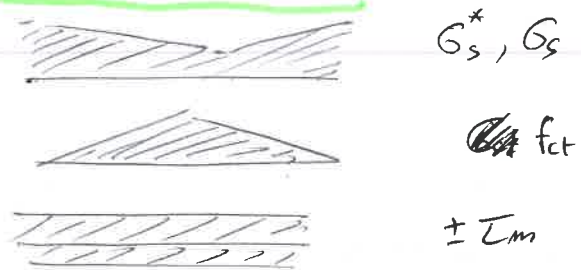
$\rightarrow$  fessurazione per  $N = \sigma_{ct} A_c (1 + n \rho_s) \geq N_{cr}$

Durante lo stadio II si formano nuove fessure fino alla STABILIZZAZIONE della deformazione.



Si forma una nuova fessura quando si raggiunge  $2\lambda$ , quindi nella stabilizzazione si ha una fessura ogni  $\lambda$ .

• modello di Brice. semplificato



DISTANZA FESSURE  $\lambda$

$$\begin{cases} N = f_{ct} A_c + \sigma_s A_s \\ N = \sigma_s^* A_s \end{cases} \Rightarrow \sigma_s^* A_s = \sigma_s A_s + f_{ct} A_c$$

$$(\sigma_s^* - \sigma_s) A_s = f_{ct} A_c = \tau_m \pi \phi \lambda$$

quindi  $\lambda = \frac{A_s ((\sigma_s^* - \sigma_s) - f_{ct})}{\pi \tau_m \phi}$

com  $\tau_m = \frac{\phi}{4} \frac{d\sigma_s}{dx} = \beta f_{ct}$

$$\lambda = \frac{\phi}{4} \frac{f_{ct}}{\beta} \frac{1}{\tau_m} = \frac{\phi}{4} \frac{1}{\rho_s} \frac{1}{\beta}$$

• AMPIEZZA DELLA FESSURA  $w$

Nella fessura lo sforzo  $\sigma_s^*$  è maggiore, quindi la barra si deforma di più.

$$w = \Delta l_s - \Delta l_c = \int_0^l \epsilon_s dx - \int_0^l \epsilon_c dx = \frac{1}{E_s} \int_0^l \sigma_s dx - \frac{1}{E_{ct}} \int_0^l \sigma_c dx =$$

valuta con Mod. Brice

$$\approx \frac{1}{E_s} \left( \frac{\sigma_s^* + \sigma_s}{2} \right) l - \frac{1}{E_{ct}} \frac{f_{ct}}{2} l$$

↳ AMPIEZZA SPECIFICA  $\frac{w}{l} = \frac{1}{E_s} \frac{\sigma_s^* + \sigma_s}{2} - \frac{1}{E_{ct}} \frac{f_{ct}}{2}$

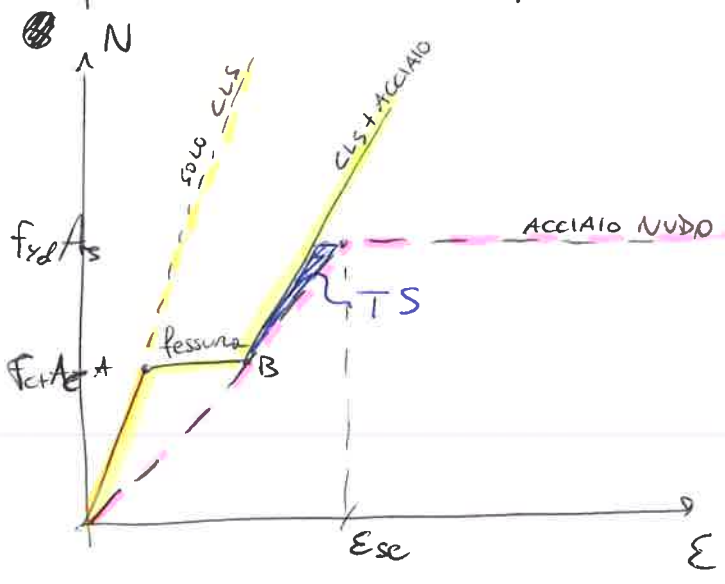
Analisi della formula:  $\sigma_s^* + \sigma_s = \sigma_s^* + \sigma_s^* - \Delta \sigma_s$

quindi  $\frac{w}{l} = \frac{\sigma_s^*}{E_s} - \frac{\Delta \sigma_s}{2 E_s} - \frac{f_{ct}}{E_{ct} 2}$



contributo dell'irrigidimento del CLS sulle barre

Il Tension stiffening è trascurato, ma agisce solo in deformazione, a favore di sicurezza.



Anche se si verifica in campo elastico SLE, la fessurazione non si recupera essendo una rottura delle fibre irreversibile.

