

I SCHEMA

II IPOTESI TEORIE

CAPITOLO 1 pag 1

- NORMATIVA
- INTRODUZIONE
- MOTO UNIFORME

CAPITOLO 2 pag 4

- PROBLEMATICHE
- CLASSIFICAZIONE SEDIMENTI
- EFFETTO SCIA

CAPITOLO 3 pag 8

- FORME DI FONDO
- MOTO INCIPIENTE
- TEORIA DI SHIELDS
- ALCUNI CRITERI PER IL MOTO INCIPIENTE
- MOBILITÀ IN CURVA

CAPITOLO 4 pag 13

- RESISTENZA AL FONDO
- TRASPORTO DI FONDO
- TEORIA DI EINSTEIN
- TEORIA DI DU BOYS

CAPITOLO 5 pag 18

- TRASPORTO IN SOSPENSIONE
- PORTATA SOLIDA TOTALE

CAPITOLO 6 pag 21

- EQUAZIONE DI EXNER
- MOTO DELLE DUNE E ANTIDUNE

CAPITOLO 7 pag 22

- ACCOPPIAMENTO ACQUA - SEDIMENTI
- CONDIZIONI AL CONTORNO
- RESTRINGIMENTI IN CONDIZIONI STAZIONARIE

- MODELLI MATEMATICI
- MODELLO DI ADATTAMENTO NON IMMEDIATO
- MODELLO PLURI GRANULARE
- MODELLO BIDIMENSIONALE SULLA VERTICALE
- SCAVI LOCALIZZATI

ESERCIZI

- RESISTENZA AL MOTO
- SCABREZZA VARIABILE ETEROGENEA
- ALVEO VEGETATO
- CANALI A PARETI ETEROGENE
- MOTO INCIPIENTE
- PARAMETRO DI SHIELDS

SCHEMA

CINQUE GUIDA

internazionali

- ASCE
- USGS
- USCE
- direttive europee

- water directive 2000
- flood directive 2006

nazionali < PAI
PGUAP

Testo unico 1933
+
legge 1988 "difesa del suolo"

direzione al
primo ministro

distretto
idrografico

SISTEMA BILANCI

- MASSA $\partial v / \partial x = 0$
- ENERGIA $-\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{p}{\rho g} + z + \frac{v^2}{2g} \right) = i_E$
- CHIUSURA — scabrezza da $\tau = \rho g \frac{r}{2} i_E$

PARETE LISCIA
(viscosità)

$$\sqrt{\frac{1}{f}} = 2 \log_{10} \left(\frac{u_* R_H}{\nu} \right) \sqrt{f}$$

PARETE SCABRA
(turbolenza)

$$\sqrt{\frac{1}{f}} = 2 \log_{10} \left(\frac{R_H}{\epsilon_s} \right) + 2,34$$

Chézy

$$\chi = \sqrt{\frac{8g}{f}}$$

Darcy
Weisbach

$$i_E = \frac{f}{D} \frac{U^2}{2g} = \frac{f}{8} \frac{U^2}{g R_H}$$

$$\tau = \rho g R_H i_f$$

PROBLEMATICHE

MAX VELOCITA'
SOTTO LA
SUPERFICIE

della scabrezza di fondo e
parete, per moto secondario

BASSA
SOMMERGENZA $\left(\frac{h}{\epsilon_s} < 5 \right)$

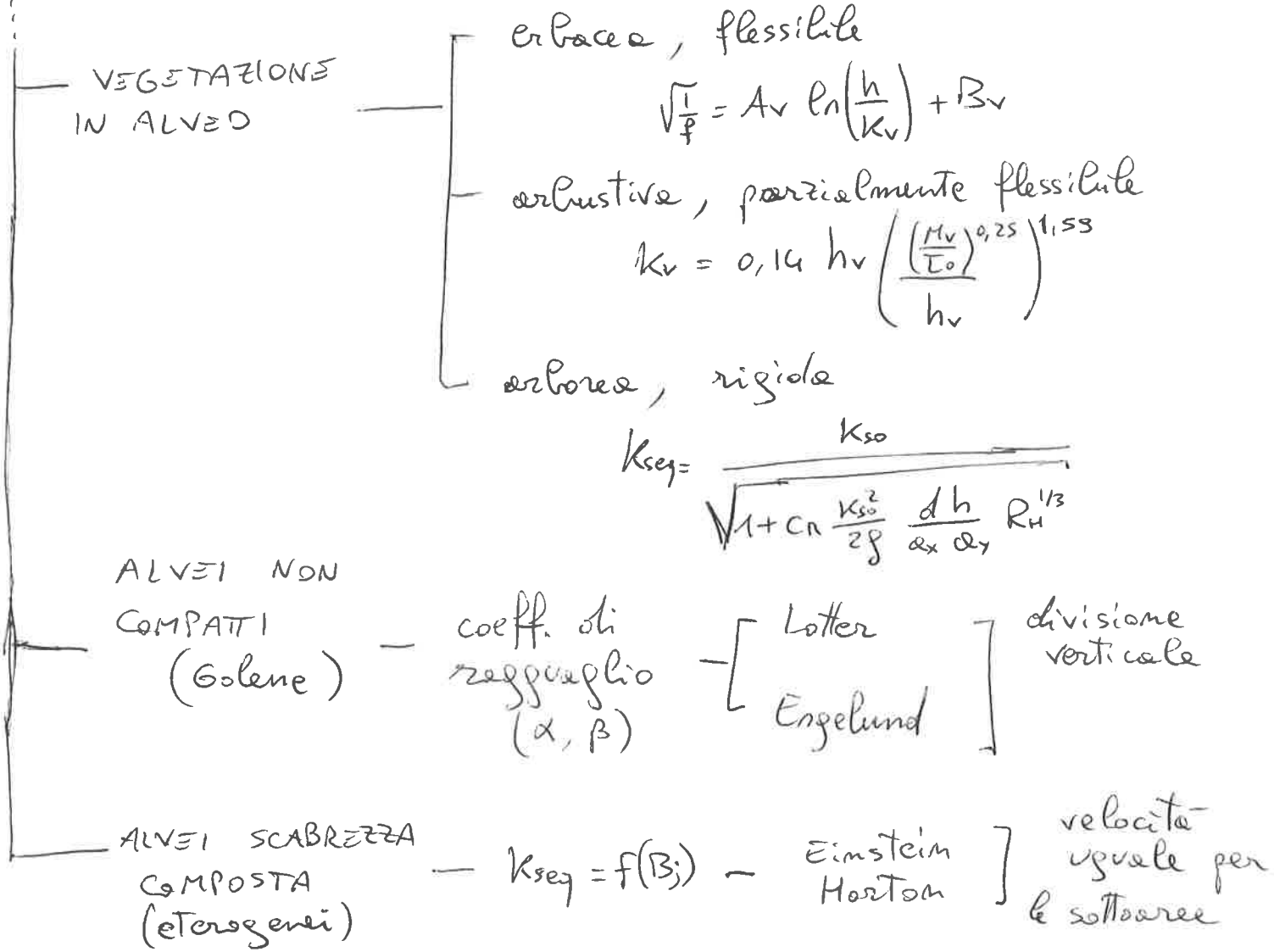
approcci empirici (Nikora)

$$\frac{U}{U_*} = A_1 \ln X + B_1$$

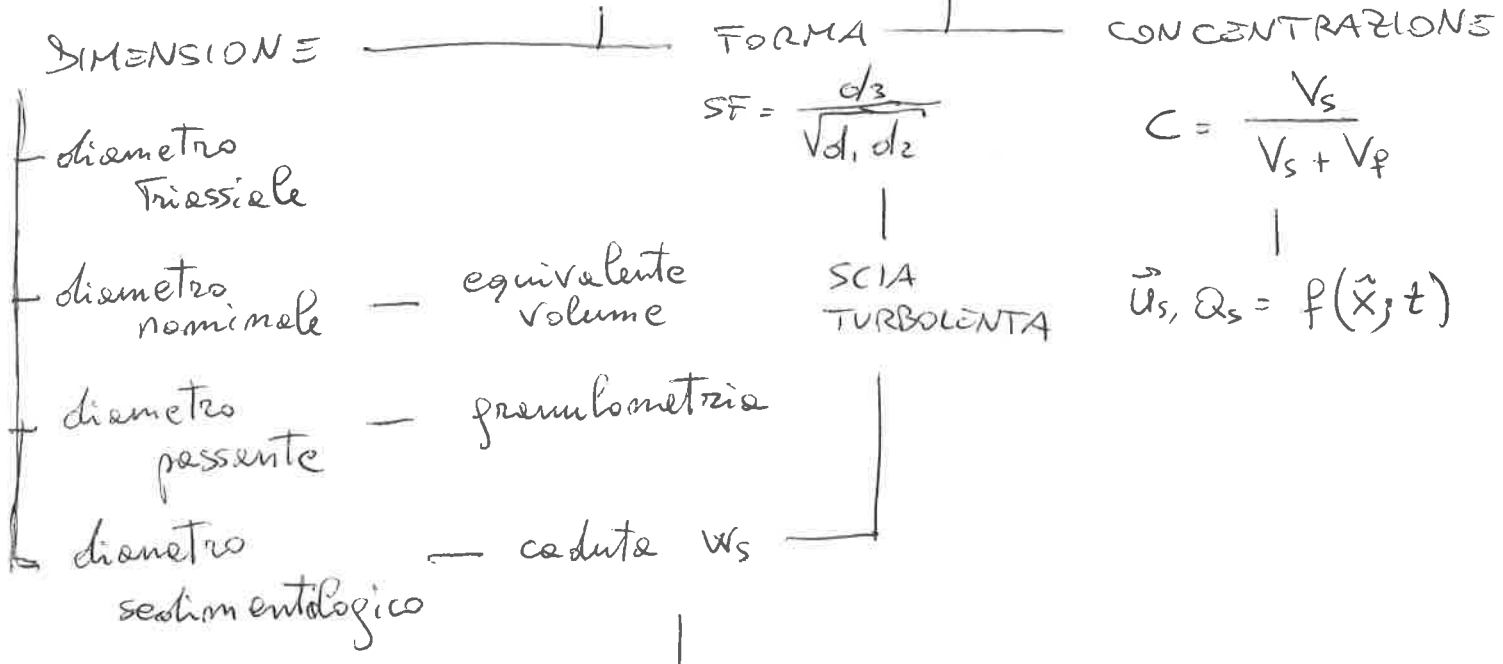
logaritmico

$$\frac{U}{U_*} = \alpha y^b$$

potenza



SEDIMENTI



formule di Shee

$$\frac{w_s d}{\nu} = 1,05 D_*^{1,5} (1 - e^{-0,08 D_*^{1,2}})$$

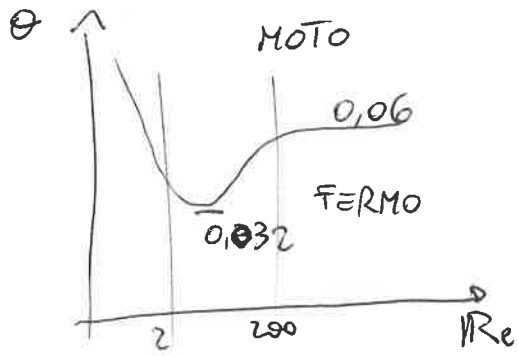
$$D_* = \sqrt[3]{Re^2 \Theta^{-1}} = d \sqrt[3]{\frac{g \Delta}{\nu^2}}$$

INCIPENZA DI MOTO

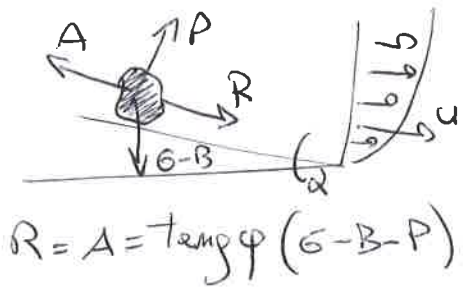
APPROCCIO DI SHIELDS

parametro di mobilità

$$\Theta = \frac{U_*^2}{g \Delta d}$$



Valutazione equilibrio sabbia



$$R = A = \text{tang} \varphi (G - B - P)$$

Correzioni limite

pendenza $\Theta_{cb} = \Theta_{co} \left(\cos \alpha - \frac{\sin \alpha}{\text{tang} \varphi} \right)$

Passa sommergenze $Fr > 1$

$$\Theta_{cb_s} = \Theta_{cb} \left(1 + 0,67 \left(\frac{d_{s0}}{h} \right)^{0,5} \right)$$

effetto spomole

$$A_s \left(\frac{\Theta_{cs}}{\Theta_{co}} \right)^2 - 2B_s \left(\frac{\Theta_{cs}}{\Theta_{co}} \right) - 1 = 0$$

mascondimento

Epiataroff

$$\xi_j = \left(\frac{\text{Log } 18}{\text{Log} \left(18 \left(\frac{d_s}{d_{s0}} \right) \right)} \right)^2$$

Andrews

$$\xi_j = \left(\frac{d_s}{d_{s0}} \right)^{-n}$$

mobilita curva

interno $Fr > 1$

deposito

esterno $Fr < 1$

erosione

corazzamento statico

$$S = 1,5 d_{s0} \text{ da non considerare}$$

TRASPORTO DI FONDO

SALTAZIONE, λ piccole

$$0,8 < \frac{W_s}{U_*} < 2$$

ROTOLAMENTO, $\lambda = 0$

$$\frac{W_s}{U_*} > 2$$

TENSIONE AGGIUNTIVA

$$\tau_0 = \tau_0' + \tau_0'' + \tau_0'''$$

EINSTEIN - probabilistico

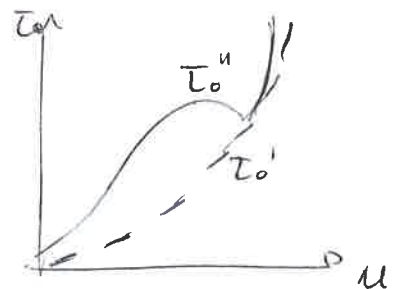
$$R_H = R_H' + R_H'' = \frac{U_*'^2}{g \Delta d} + \frac{U_*''^2}{g \Delta d}$$

ENGLUND + MPM - energetico

$$\lambda_{\Sigma} = \lambda_{\Sigma}' + \lambda_{\Sigma}'' = \frac{\tau_0'}{g \rho h} + \frac{\tau_0''}{g \rho h}$$

VAN RIJN - forma fondo

$$k_{seq} = k_0 + k_D = 3 d_{s0} + 1,4 \Delta_0 \left(1 - e^{-25 \left(\frac{\Delta_0}{h_0} \right)} \right)$$



MOTO FONDO

T. BAGNOLD

T. EINSTEIN probabilistico $\phi = \frac{q_b}{d\sqrt{g\Delta t}} = \frac{\alpha_3 \alpha_w}{\alpha_2} \sum P_n$

$$P_n = 1 - \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-B_n \Psi + \frac{1}{\eta_0}}^{B_n \Psi - \frac{1}{\eta_0}} e^{-\xi^2} d\xi$$

$\left[\begin{array}{l} q_b \rightarrow \infty \\ q_b \rightarrow 0 \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} \phi \Psi = \text{cost.} \\ \phi = \frac{\text{cost.}}{\Psi^k} \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{f. iperbolica} \\ \text{f. iperbolica esponenziale} \\ \text{f. monomiale} \end{array}$

T. DUBOYS (approc. Coulombiano) \rightarrow divisione n strati
 $T_0 = \text{tang } \phi [g(\beta_s - \rho)n\epsilon] = T_0$

$$\phi = \frac{1}{2} n(n-1) \frac{\epsilon}{d} \frac{V_s}{\sqrt{d\Delta g}}$$

FORMULA DI MEYER-PETOR & MÜLLER

$$\phi = 8 (\sigma' - \sigma_c)^{1,5} \quad \text{if} < 3\%$$

FORMULA DI SMART & JÄGGI

$$\phi = 4 \left(\frac{d_{50}}{d_{30}} \right)^{0,2} \text{if}^{0,6} \sigma^{0,5} (\sigma - \sigma_c) \left(\frac{U}{U_*} \right)$$

3 < if < 30%

com diometri diversi $\beta_i \quad \phi_i = 8 \beta_i (\sigma_i - \sigma_c)^{1,5}$

GRAZZAMENTO DINAMICO

TRASPORTO IN SOSPENSIONE

$\left[\begin{array}{l} \text{SOSPENSIONE, } \lambda_s \text{ grande} \\ \text{DILAVAMENTO, } \lambda \rightarrow \infty \end{array} \right.$

$$\frac{w_s}{U_*} < 0,8$$

SISTEMA DI EQUAZIONI

MASSA $\frac{\partial}{\partial t} C + \frac{\partial}{\partial x_i} (C \cdot U_{si}) = 0$

ENERGIA $\frac{\partial}{\partial t} C + \frac{\partial}{\partial x} (C U_x) + \frac{\partial}{\partial y} (C (U_y - w_s)) + \frac{\partial}{\partial z} (C U_z) = 0$

MODELLO DIFFUSIVO BOUSSINESQ

$$\overline{U_x C'} = -\epsilon \frac{\partial C}{\partial x}$$

$$\overline{U_y C'} = -\epsilon \frac{\partial C}{\partial y}$$

$$\frac{\partial}{\partial y} (w_s C + \epsilon \frac{\partial C}{\partial y}) = 0$$

$$\left[\eta = \frac{y}{h} \right]$$

VALUTAZIONE DI
CONCENTRAZIONE C

ROUSE $E = U_* h k (1-\eta) \eta$

$$C = C_0 \left(\frac{1-\eta}{\eta} \frac{\eta_0}{1-\eta_0} \right)^{-z}$$

LANE $E = \frac{U_* h}{15}$

VALUTAZIONE DI
C₀ DI RIFERIMENTO

$$C = C_0 \exp \left[-15 \frac{w_s}{U_*} \left(\eta - \frac{\eta_0}{h} \right) \right]$$

MET. EINSTEIN - probabilistico

$$C_0 = \frac{q_b}{11.6 U_* z d_{s0}}$$

MET. ENGELUND - energetico
FREDSOE

$$C_0 = f(\Theta)$$

MET. VAN RIJN - forme fondo

$$C_0 = 0,015 \frac{d_{s0}}{\alpha} T^{4,5} D_*^{-0,3}$$

PORTATA SOLIDA = PORTATA FONDO + PORTATA SOSPESA

$$q_s = q_b + q_{ss} = q_b + \int_{\alpha}^h C_0 \left(\frac{h-\alpha}{\alpha} \frac{y}{h-y} \right)^{-z} \cdot \frac{U_*}{k} \ln \left(\frac{y}{y_0} \right) dy = \alpha \cdot U_*^m h^n$$

MODELLI
MATEMATICI

SISTEMA
COMPLETO
canale
largo
rettangolare

$$\begin{cases} \frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial (Uh)}{\partial x} + \frac{\partial z_b}{\partial t} = 0 \\ \frac{\partial (Uh)}{\partial t} + \rho \frac{\partial (U^2 h)}{\partial x} + \rho g h \frac{\partial (h+z_b)}{\partial x} = -\rho g i \quad i=h \\ \frac{\partial}{\partial t} (Ch + C_* z_b) + \frac{\partial q_s}{\partial x} = 0 \end{cases}$$

MIGRAZIONE
FORMA DI FONDO

IPOTESI
EXNER

$$\frac{\partial (Ch)}{\partial t} \ll C_* \frac{\partial z_b}{\partial t}$$

$$\frac{\partial q_s}{\partial x} + C_* \frac{\partial z_b}{\partial t} = 0$$

DUNA A VALLE
 $\bar{T}_r < 1$

ANTIDUNA A MONTE
 $\bar{T}_r > 1$

2 C.C. DA MONTE

1 C.C. DA VALLE

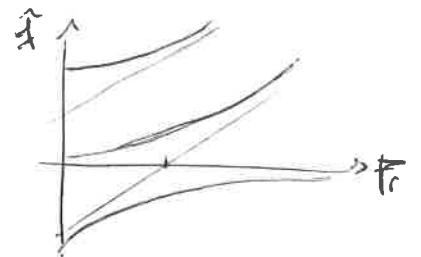
FORMA

3 AUTOVALORI

MATRICIALE

$$\frac{\partial V}{\partial t} + \Lambda_0 \frac{\partial U}{\partial x} = S_0$$

$$\begin{cases} \hat{\lambda} = \bar{T}_r + 1 \dots \\ \hat{\lambda} = \bar{T}_r - 1 \dots \\ \hat{\lambda} = 0 \dots \end{cases}$$



SEMPLIFICAZIONE
MODELLI

MODELLO CINEMATICO $\frac{\partial z_b}{\partial t} + C_b \frac{\partial z_b}{\partial x} = 0$

MODELLO PARABOLICO $\frac{\partial z_b}{\partial t} - k_z \frac{\partial^2 z_b}{\partial x^2} = 0$

MODELLO IPERBOLICO $\frac{\partial z_b}{\partial t} - k_z \frac{\partial^2 z_b}{\partial x^2} - \frac{C_b}{k_z} \frac{\partial z_b}{\partial x} = 0$

MODELLI ADATTIVI $\frac{\partial Q_s}{\partial x} + \frac{z^*}{L^*} \frac{\partial Q_s}{\partial t} = - \frac{Q_s - Q_s^*}{L^*}$

MODELLI PLURIGRANULARI $\phi_j = \beta_j \left(\frac{U_*^2}{g \Delta d_j} - \sum_j (\theta_c)_{d_{50}} \right)^{1.5}$

MODELLI PLURIDIMENSIONALI

- MASSA IN X
- MASSA IN Y
- ENERGIA X
- ENERGIA Y

FENOMENI LOCALIZZATI

$R = \frac{B_m}{B_r}$

RESTRINGIMENTO — gradino di erosione

ALLARGAMENTO — gradino di deposito

$\frac{\Delta z_b}{h_m} = R^{1 - \frac{1}{n}} - 1 + 2 F_{r_m}^2 R \frac{R^{1/n} - 1}{R^{1 - \frac{1}{n}} + 1} = R^{1 - \frac{1}{n}} - 1 + \frac{\Delta h}{h_m}$

VALUTAZIONE ENERGETICA

$Y_{sm} = H_r - H_o$

$\frac{Y_{sm}}{h_o} = R^{\frac{m-1}{m+n}} - 1 + \frac{F_r^2}{2} \left[R^{2 \frac{n+1}{m+n}} - 1 \right]$

CASO LIMITE — MEYER-PETER & MÜLLER

$Q_s = 8 B_o d \sqrt{d \Delta g} (\theta_o - \theta_c)^{3/2}$

3D — HOFFMANS & VERHEIS

$\frac{Y_{sm}}{h_o} = R^{2/3} - 1 + k_b \frac{B_o - B_r}{h_o} \tanh \left(\frac{h_o}{B_o - B_r} \right)$

MODELLO FISICO

$\frac{Y_{sm}}{D_p} = \frac{(Y_{sm})_{1D}}{h_o} \frac{h_o}{D_p} + \prod_j^S K_j$

IPOTESI DELLE TEORIE

1. Analisi Tensione di fondo
Moto uniforme, stazionario, omogeneo, turbolento
Fluido incomprimibile, newtoniano
Sezione compatta cilindrica
2. Basse sommergezze
Tirante rispetto al grano $\frac{h}{e_s} < 5$
Fondo eterogeneo, scabro e alta pendenza
3. Vegetazione erbacea
Sempre sommersa, flessibile, plastica
4. Vegetazione erbustiva
Sempre sommersa, parzialmente flessibile, elastica
5. Vegetazione arborea
Emergente, rigida, distribuita
6. Isotechie per scabrezza composta
Moto uniforme per sottorec
Velocità omogenea nella sezione
Cadente omogeneo nella sezione
7. Approccio di Shields
Canale largo
Fondo quasi orizzontale, materiale omogeneo
Moto stazionario, omogeneo
8. Nascondimento di Egiazzeroff → in Shields
 $d_j/d_{50} \geq 0,4$
9. Nascondimento di Andrews → in Shields
 $d_j/d_{50} < 0,4$
10. Approccio di Rezowski, moto in curva
Separazione moto in \hat{x} e in \hat{y}
Lunghezza di mescolamento di Prandtl
Distribuzione di potenza delle velocità
11. Criterio non razionale
Velocità, Pendenza, Portate e Froude critici



12. Partizione dello sforzo

Trascurare l'iterazione sedimento - acqua

13. Criterio di Einstein → tensione massima

Sperimentale $\bar{i}_E = \bar{i}_E' = \bar{i}_E''$

$$R_H = R_H' + R_H''$$

14. Criterio di Engelund e M.P.M. → tensione massima

Energetico $R_H = R_H' = R_H''$

$$\bar{i}_E = \bar{i}_E' + \bar{i}_E''$$

15. Criterio di Van Rijn → tensione massima

Forma di fondo

16. Trasporto di fondo

Rotolamento o saltazione (A piccolo)

$$w_s / v_* > 0,8$$

17. Teoria di Einstein → trasp. fondo

Moto stazionario, omogeneo

Materiale omogeneo, gittata costante A

q_{tr} proporzionale a w_s costantemente

Probabilità Gaussiana $f(r)$ di distacco

Portanza anche negativa

Intensità di portata $\Psi = \frac{1}{6}$

18. Teoria di Du Boys → Trasp. fondo

Approccio Coulombiano

Moto particelle in n strati con stesso spessore

Fondo quasi orizzontale

19. Formule di MPM → da Du Boys

Pendenza $if < 3\%$

20. Formule di Smart & Jeggi → da Du Boys

Pendenza $3 < if < 30\%$

21. Formule di Van Rijn → da Du Boys

Alvei in pianura e fondo irregolare

22. Trasporto in sospensione

Sospensione o dilavamento (A grande)

$$w_s / v_* < 0,8$$

$\bar{U}_w > \bar{U}_s$, moto turbolento

23. Modello diffusivo di Bossinesq → trasp. sospensione

$$\overline{u'c'} = -E \frac{\partial C}{\partial x}; \quad \overline{v'c'} = -E \frac{\partial C}{\partial y}$$

24. Concentrazione di Rouse → trasp. sospensione

$$E = u_* h K (1-\eta) \eta$$

25. Concentrazione di Lane → trasp. sospensione

$$E = u_* h / 15$$

26. Metodo di Einstein → concentrazione

Sperimentale, $\alpha = 2 d_{50}$

27. Metodo di Engelund e Fredsøe → concentrazione

Energetico, $\alpha = 0,05 \cdot h$, $Ca = f(\theta)$

28. Metodo di Van Rijn → concentrazione

Forme di fondo, $\alpha = 0,015h$ oppure $\alpha = \frac{1}{2} \Delta d_{me}$

29. Definizione del sistema

Base (B) costante

Isocinetica $\vec{U}_s \approx \vec{U}_i$

$(Z_0, C, Q_s) = F(A, U, z_b)$

Moto uniforme

30. Exner → sistema dei bilanci

Effetto erosione maggiore della diffusione $\frac{\partial (ch)}{\partial t} \ll C_* \frac{\partial z_b}{\partial t}$

Coefficienti $\alpha = \beta \approx 1$

31. Restringimento

Moto stazionario, uniforme

Canali prismatici

Abbassamento superficie e fondo (gradino)

32. Modello onda cinematica → moto vario

Variazioni morfologiche lente, concentrazione piccola
osservatore in moto

33. Modello onda parabolica → moto vario

Variazioni morfologiche lente, concentrazione piccola

Osservatore fisso

34. Modello adattivo

Adattamento non immediato (L^* e T^*)



35. Modelli plurigranulari
Classi granulometriche $\sum_i \beta_i = 1$
36. Modelli pluridimensionali
Velocità sul piano (\hat{x}_1, \hat{x}_2)

1 CAPITOLO 1

NORMATIVA

Attualmente, nella valutazione di un corso d'acqua ci si affida a buone pratiche. Derivano dalle storiche LINEE GUIDA dete dalle normative internazionali (da ASCE, USGS, USCE) e nazionali (dal PAI o PGUAP in Trentino). Le ultime sono alla base dell'evoluzione legislativa dal 1933 col Testo Unico, poi legge D.L. n. 183 del 18 maggio 1988 titolata "difesa del suolo". I due punti principali della legge sono:

- la direzione generale va al presidente dei ministri;
- la regionalizzazione con la nascita delle Autorità di Bacino, che redige il PAI.

Successivamente si fa riferimento agli aggiornamenti delle direttive della Commissione Europea:

- "Water Directive" (2000/60/CE) riguardo la qualità dell'acqua;
- "Flood Directive" (2006/60/CE) riguardo la gestione delle acque con i nuovi Distretti Idrografici al posto delle Autorità di Bacino: Alpi Orientali, Padano, Appennino Settentrionale, Appennino Centrale, Appennino Meridionale, Sicilia e Sardegna.

INTRODUZIONE

IPOTESI INIZIALI: moto uniforme, stazionario ed omogeneo;
condotto cilindrico; fluido incomprimibile e newtoniano;
moto turbolento.

SISTEMA DELLE EQUAZIONI DI BILANCIO

• MASSA

portata $Q = U \cdot A$

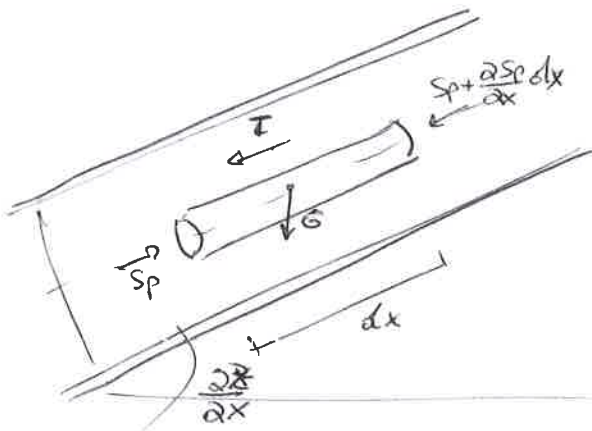
$$\frac{\partial}{\partial x} \int_A U dA = 0$$

$\frac{\partial}{\partial x} Q = 0$ la portata è costante.

senza variazioni di sezione $A = \text{cost}$,
anche la velocità è costante.

$$\boxed{\frac{\partial U}{\partial x} = 0}$$

• QUANTITÀ DI MOTO (in condotta)



$$\begin{cases} \tau = \tau 2\pi r dx \\ G = \rho g \pi r^2 dx \\ S_p = P \pi r^2 \end{cases}$$

$$S_p - (S_p + \frac{\partial S_p}{\partial x} dx) - \tau 2\pi r dx - \rho g \pi r^2 dx \frac{\partial z}{\partial x} = 0$$

$$-\frac{\partial}{\partial x} (P \pi r^2) dx - \tau 2\pi r dx - \rho g \pi r^2 dx \frac{\partial z}{\partial x} = 0$$

$$-\frac{\partial}{\partial x} (P + \rho g z) - \frac{\tau}{r} = 0$$

$$\boxed{-\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{P}{\rho g} + z \right) = \frac{\tau}{\rho g r}}$$

cadente piezometrica = i_F costante

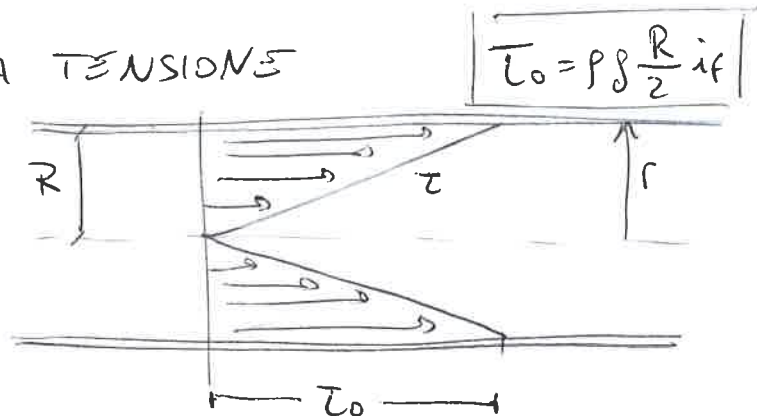
assumere $i_f \approx i_E$

$$\text{quindi } i_f = \frac{\tau}{\rho g r}$$

• ANDAMENTO DELLA TENSIONE

$$\tau = \rho g \frac{r}{2} i_f$$

lineare con il raggio

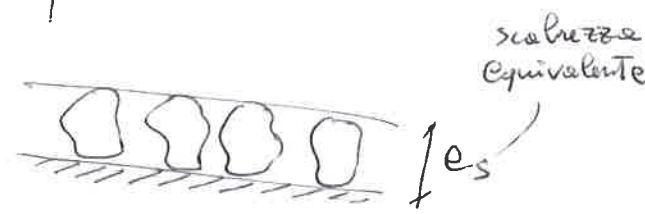


si definisce $u_* \stackrel{\text{def}}{=} \sqrt{\frac{\tau_0}{\rho}}$ velocità di attrito

quindi $u_*^2 = g \frac{R}{2}$ if

Dalla Teoria di Prandtl, esperienze di Nikuradze si differenzia la parete liscia e la parete scabra

- LISCIA: $e^+ = \frac{u_* e_s}{\nu} < \sim 5$
- SCABRA: $e^+ = \frac{u_* e_s}{\nu} > \sim 70$



Non è un parametro geometrico, ma idraulico perché dipende dal tirante e dal fluido.

CONDIZIONI DI PARETE LISCIA ($\frac{\nu}{u_*}$ scale)

REGIONE ESTERNA sottostato parabolico $\frac{u_{max} - u}{u_*} = \left(\frac{r}{R}\right)^2$
 $y^+ > 350$

REG. INT. sottostato logaritmico $u^+ = \frac{1}{k} \ln y^+ + 5,62$
 $35 < y^+ < 350$

REG. INT. sottostato buffer $5 < y^+ < 35$

REG. INT. sottostato viscoso $y^+ < \sim 5$



in cui $y^+ = \frac{y u_*}{\nu} = \frac{u}{u_*} = u^+$

CONDIZIONI DI PARETE SCABRA (e_s scale)

REGIONE ESTERNA $\frac{u_{max} - u}{u_*} = \left(\frac{r}{R}\right)^2$ sottostato parabolico

REGIONE INTERNA $u^+ = \frac{1}{k} \ln\left(\frac{y}{e_s}\right) + 8,5$ sottostato logaritmico



* dove $k =$ costante di Von Karman $\approx 0,41$

se la velocità u è proporzionale alla portata, con sezione costante $dA = 2\pi r dr$ $Q = \int_A u \cdot dA = \int_R u \cdot 2\pi r dr$

In parete liscia $u = \frac{u_*}{k} \ln\left(\frac{u_* y}{\nu}\right) + 5,62$

$$Q = \int_{0R} \left(\frac{u_*}{k} \ln\left(\frac{u_* y}{\nu}\right) + 5,62 \right) 2\pi r dr$$

allora $\frac{u}{u_*} = \frac{1}{k} \ln\left(\frac{u_* R}{\nu}\right) + 1,75$ sulla parete $y \rightarrow R$

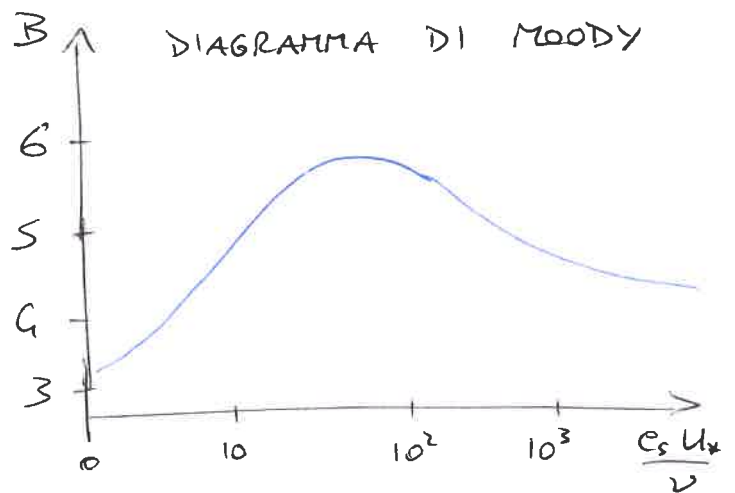
In parete scabra $u = \frac{u_*}{k} \ln\left(\frac{y}{e_s}\right) + 8,5$

$$Q = \int_R \left(\frac{u_*}{k} \ln\left(\frac{y}{e_s}\right) + 8,5 \right) 2\pi r dr$$

allora $\frac{u}{u_*} = \frac{1}{k} \ln\left(\frac{R}{e_s}\right) + 4,75$ sulla parete $y \rightarrow R$

\Rightarrow Per la legge di Prandtl e Von Karman, sperimentalmente si ottiene l'unica legge matematica:

$$\frac{u}{u_*} = \frac{1}{k} \ln\left(\frac{R}{e_s}\right) + B \left(\frac{e_s u_*}{\nu}\right)$$



con f = coefficiente di resistenza si impone

$$\frac{u^2}{u_*^2} = \left(\frac{1}{k} \ln\left(\frac{R}{e_s}\right) + B_r \right)^2 \approx \left(\frac{8}{f} \right)$$

trovando la relazione nel quadrato tra velocità del fluido e sforzo al fondo $\tau \propto u^2$

3 Dati i parametri (con $i_f \approx i_E$)

$$\begin{cases} \tau_0 = \rho g \frac{R}{2} i_f \\ u_*^2 = \frac{8}{f} u_*^2 \\ u_*^2 = g \frac{R_*}{2} i_E = \frac{\tau_0}{\rho} \end{cases}$$

Si può ricavare la
cadente piezometrica di
Darcy-Weisbach i_E

$$\frac{f}{8} u^2 = g \frac{R_*}{2} i_f$$

ipotizzando $D = u R_*$ si ottiene $i_f = i_E = \frac{f u^2}{g D^2}$

Risulta la distinzione per Darcy-Weisbach

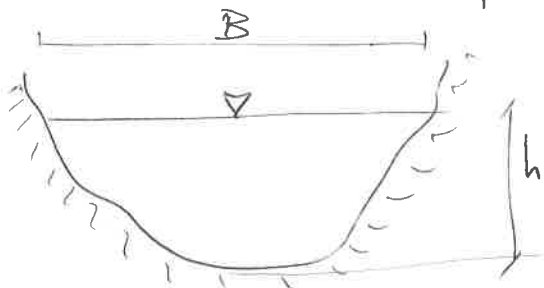
P. LISCIA $\sqrt{\frac{8}{f}} = \frac{1}{k} \ln\left(\frac{u_* R}{\nu}\right) + 1,75$

P. SCABRA $\sqrt{\frac{8}{f}} = \frac{1}{k} \ln\left(\frac{R}{e_s}\right) + 4,75$

notando che la parete liscia ha un termine implicito
essendo $u_* = u \sqrt{\frac{f}{8}}$, perciò si sceglie di analizzare
sempre una parete come se fosse scabra; facilitando
l'analisi dato che sono condizioni più naturali.

MOTO UNIFORME

Ipotesi di sezione compatta, con superficie libera



$$\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = 0$$

$$B \frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = 0$$

$$h, Q = \text{costanti}$$

In direzione n del corso le forze peso e bilanciata
dallo sforzo tangenziale

$$\frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{\rho}{\rho g} + z \right) = 0$$

Per definizione la media sulla lunghezza

$$\bar{\tau}_0 = \frac{1}{B} \int_B \tau_0 dB = \frac{1}{B} \int_B \rho g \frac{A}{B} \sin \alpha dB \Rightarrow \rho g R_H i_f$$

Per il moto uniforme si accostano alla formula di Darcy-Weisbach altre formule empiriche che fanno dipendere il coefficiente di scabrezza (di resistenza) solo dalla scabrezza assoluta oppure relativa.

Darcy-Weisbach pone $\sqrt{\frac{8g}{f}}$ la resistenza

$$Q = A \sqrt{\frac{8g}{f}} R_H^{1/2} i f^{1/2}$$

Per Chézy-Tadini $X = \sqrt{\frac{8g}{f}}$ allora $Q = A X R_H^{1/2} i f^{1/2}$

Introducendo la scabrezza $k_s = X R_H^{-1/6} = \sqrt{\frac{8g}{f}} R_H^{-1/6}$

si ottiene la formula di Gauckler-Strickler

$$Q = A k_s R_H^{2/3} i f^{1/2}$$

Analogamente il coefficiente di Manning pone $n = \frac{1}{k_s}$

quindi $Q = A \frac{1}{n} R_H^{2/3} i f^{1/2}$.

9 CAPITOLO 2

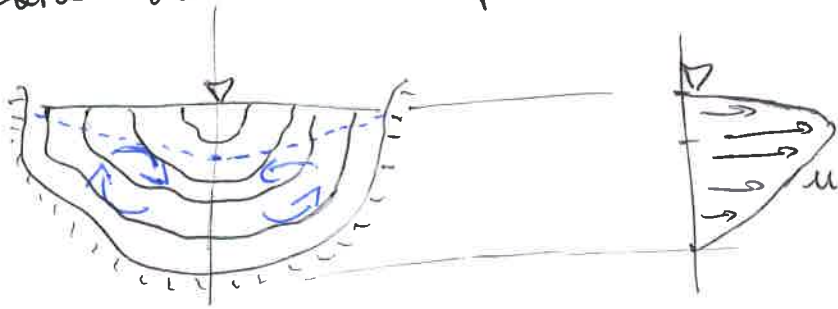
PROBLEMATICHE

L'assunzione del moto uniforme nella sezione cilindrica compatta è una semplificazione della rotazione, quindi sono studiati i casi particolari più realistici.

Circolazioni secondarie

Il punto di massima velocità è al di sotto della superficie libera. La causa principale è la presenza dei moti secondari che si manifestano in prossimità degli angoli e delle superficie.

Se in virtù degli sforzi del modello diffusivo di Bossinesq gli sforzi tangenziali si annullassero in prossimità dei massimi di velocità, la componente longitudinale del peso del volume fluido risulterebbe non essere equilibrata da alcuna forza.



Basse sommergezze

Nel caso di torrenti montani ad alta pendenza e superficialità e bassa profondità, si può avere $\frac{h}{e_s} < 10$.

Si opera con una media spaziale delle velocità $\langle \bar{u} \rangle$, nel bilancio di moto compaiono degli sforzi dispersivi (dalle forme di fondo) che sommati agli sforzi di Reynolds danno la distribuzione triangolare degli sforzi totali.

La formula di Nikora è $\frac{\langle \bar{u} \rangle}{u_*} = \frac{1}{k} \ln \frac{Y}{S_R} + C_1$

con i parametri $S_R \approx d_{85}$ e $C_1 \approx 3,7$

Si ottengono empiricamente le formule logaritmiche o monomie in cui variano i parametri sui dati sperimentali in base all'autore.

$$\frac{u}{u_*} = A_1 \ln X + B_1 \quad \text{oppure} \quad \frac{u}{u_*} = a Y^b$$

con riferimento alla scala $k_s \left[\frac{m^{1/3}}{s} \right]$
 per Strickler

$$k_s = \frac{21,1}{d_{50}^{1/6}}$$

per Meyer-Peter & Müller

$$k_s = \frac{26}{d_{90}^{1/6}}$$

per Limerinos

$$k_s = \frac{1,16 + 0,86 \ln \frac{R_H}{d_{84}}}{0,113 R_H^{1/6}}$$

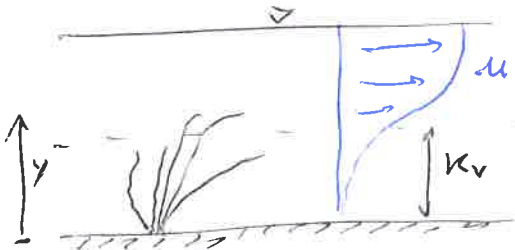
da cui Chézy

$$X = \frac{1,16 + 0,86 \ln \frac{R_H}{d_{84}}}{0,113} \quad \left[\frac{m^{1/2}}{s} \right]$$

Vegetazione in alveo

In base alla tipologia si classificano

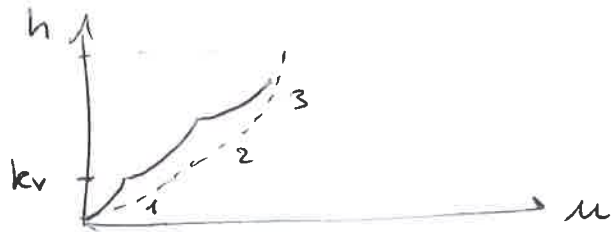
- ERBACEA, flessibile completamente immersa, plastica
 I parametri della legge logaritmica



1. $h < k_v$
2. $h > k_v$
3. $h \gg k_v$

$$\sqrt{\frac{1}{f}} = A_v \ln \left(\frac{h}{k_v} \right) + B_v$$

dipendono dai tre casi:



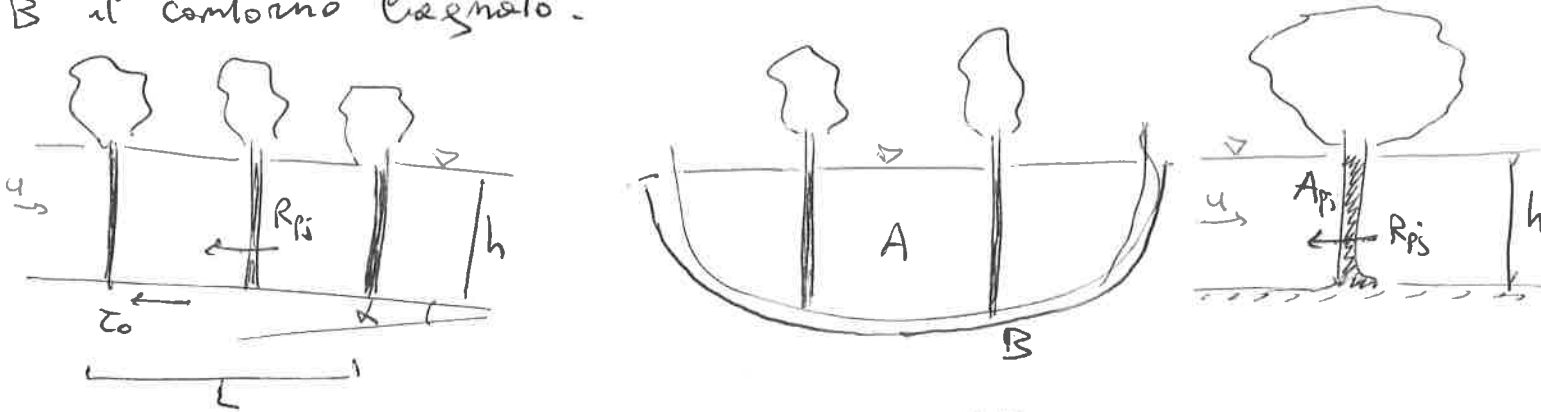
- ARBUSTIVA, flessibile completamente immersa, elastica
 Kowen propone un criterio in base all'elasticità per il calcolo della scabrezza

$$k_v = 0,14 h_v \left(\frac{(M_v)^{0,25}}{L_0} \right)^{1,55}$$

distinguendo il tipo di vegetazione col parametro

$$M_v = \text{cost} \cdot h_v^a$$

- ARBOREA, vegetazione rigida parzialmente sommersa
 si considera un tratto di corso d'acqua lungo L e con
 B il contorno bagnato.



La componente nella direzione del moto della forza peso del
 fluido compreso nel tratto L è bilanciata dagli sforzi alla
 parete agenti su B e dalla somma delle resistenze idrodinamiche
 offerte dalle piante in alveo.

$$\rho g A L i_E = \tau_0 B L + \sum_j R_{ps}$$

ogni pianta ha una resistenza $R_{ps} = C_R \rho A_{ps} \frac{U^2}{2}$

con $C_R =$ coefficiente di resistenza

$$\text{quindi } \rho g A L i_E = \tau_0 B L + \sum_j \left(C_R \rho A_{ps} \frac{U^2}{2} \right)$$

$$\text{la linea energetica } i_E = \frac{U^2}{K_{seq}^2 R_H^{4/3}} = \underbrace{\frac{\tau_0}{\rho g R_H}}_{\text{no veg}} + \underbrace{\frac{1}{8AL} \frac{U^2}{2} \sum_j (C_R A_{ps})}_{\text{con veg}}$$

$$\frac{U^2}{K_{seq}^2 R_H^{4/3}} = \frac{U^2}{K_{so}^2 R_H^{4/3}} + \frac{U^2}{2g} \sum_j \left(C_R \frac{A_{ps}}{AL} \right)$$

$$\text{Quindi } \frac{1}{K_{seq}^2} = \frac{1}{K_{so}^2} + R_H^{4/3} \frac{1}{2g} \sum_j \left(C_R \frac{A_{ps}}{AL} \right) = \frac{1}{K_{so}^2} + \frac{1}{K_v^2}$$

$$\frac{1}{K_v^2} = R_H^{4/3} \frac{1}{2g} \sum_j \left(C_R \frac{A_{ps}}{AL} \frac{B}{B} \right) = R_H^{4/3} \frac{1}{2g} \sum_j \left(C_R \frac{A_{ps}}{L B} \right)$$

la densità di vegetazione ρ

$$\sum_j \left(C_R \frac{A_{ps}}{L B} \right) = C_R \frac{h \cdot dp}{\alpha_x \alpha_y} \quad \text{con } \left. \begin{array}{l} dp = \text{diametro del tronco} \\ \alpha_x, \alpha_y = \text{distanza alberi} \end{array} \right\}$$

In fine si ottiene

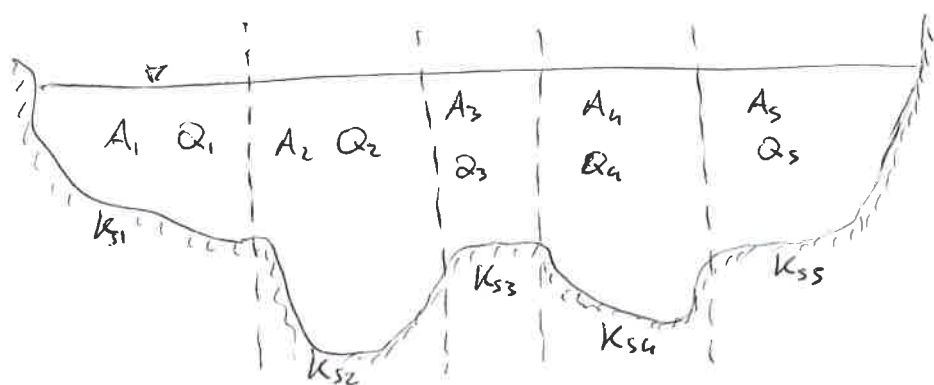
$$\frac{1}{K_{seq}^2} = \frac{1}{K_{s0}^2} + R_H^{1/3} \frac{1}{2g} C_R \frac{h dp}{\alpha_x \alpha_y}$$

quindi $K_{seq} = \frac{K_{s0}}{\sqrt{1 + \frac{1}{2g} C_R \frac{h dp}{\alpha_x \alpha_y} K_{s0}^2 R_H^{1/3}}}$

è la scabrezza equivalente

Canali a sezione composta

Nel caso di alvei a sezione non compatta, si identificano i punti del Talweg e delle golene.

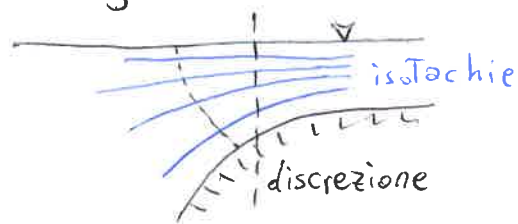


Si divide la sezione in sottoaree lungo linee verticali, con una discretizzazione spaziale.

Si assume un certo errore trascurando gli sforzi tangenziali alle isotachie.

La portata totale si assume

$$Q = \sum_j^N Q_j$$



La scabrezza equivalente secondo Gausler - Strickler è

$$K_{seq} = \frac{\sum_j K_{s,j} A_j^{5/3} B_j^{-2/3}}{(\sum_j A_j)^{5/3} (\sum_j B_j)^{-2/3}} \quad \text{secondo l'ipotesi di Lotter}$$

Allo stesso modo Engelund pone

$$K_{seq} = \frac{(\sum_j A_j)^{1/3} \sum_j K_{s,j} A_j^{5/3} B_j^{-2/3}}{(\sum_j A_j B_j^{-1/2})^{4/3}}$$

In realtà la resistenza sarebbe maggiore rispetto a quella calcolata, incremento dovuto all'esistenza di grandi strutture vorticali ad asse verticale che trasferiscono massa e quantità di moto tra le zone centrali e periferiche.

• coefficiente di ragguglio di Coriolis:

$$d_c = \frac{(\sum_j A_j)^2 \sum_j (K_{sj} A_j^3 B_j^{-2})}{\sum_j (K_{sj} A_j^{5/3} B_j^{-2/3})^3}$$

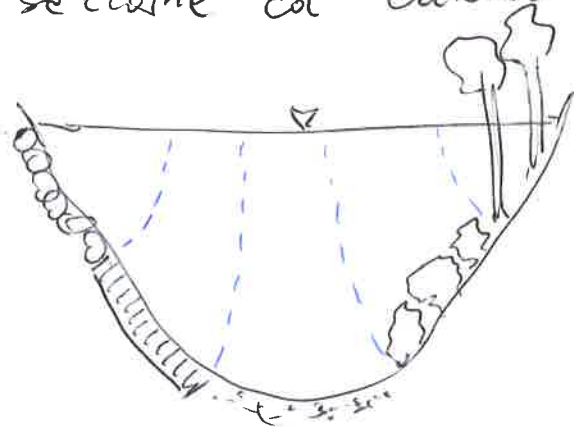
• sforzo tangenziale adimensionale:

$$P_r = \frac{1}{11,21 h_{max} \bar{\tau}} (\Delta U)^{0,52} \left(\frac{h_g}{h_{max}}\right)^{-1,125} \left(\frac{B_g}{B_c}\right)^{-0,514}$$

~~PARTE A SCALAREZZA DIVERSA~~

Parati a scalarezze diverse

Se la scalarezza varia sensibilmente in sezioni strette, la distribuzione delle velocità può risultare ~~sensibile~~ influenzata. Si calcola il coefficiente di scalarezza suddividendo la sezione col contorno di Einstein-Horton



$$K_{sep} = \frac{U}{V_{i\bar{\tau}}} \frac{B^{2/3}}{(\sum_j (B_j R_{Hj}))^{2/3}}$$

oppure

• oppure secondo la media aritmetica

$$K_{sep} = \frac{\sum_j k_{sj}}{N}$$

• oppure con la media ponderata al contorno bagnato

$$K_{sep} = \frac{\sum_j k_{sj} B_j}{\sum_j B_j}$$

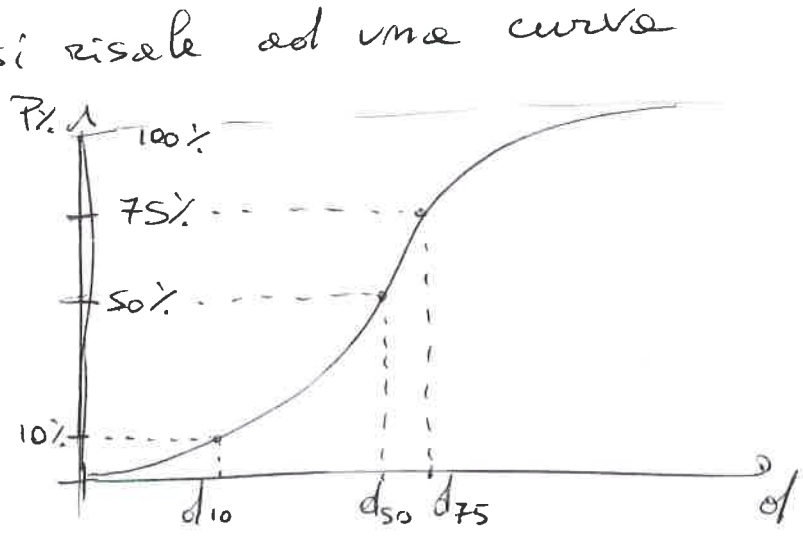
CLASSIFICAZIONE SEDIMENTI

La dimensione e la forma geometrica di una particella rappresentano i parametri più importanti per la sua caratterizzazione. Alcuni criteri per definire una particella sono:

- DIAMETRO TRIASSIALE $D_T = \frac{d_1 + d_2 + d_3}{3}$
- DIAMETRO NOMINALE $D_v = \left(\frac{V}{\pi/6}\right)^{1/3}$
- DIAMETRO PASSANTE d_n corrispondente al vaglio di dimensione n (mm).
- DIAMETRO SEDIMENTOLOGICO d_s con velocità di caduta w_s e densità ρ_s .

Granulometria

Tramite la prova dei vagli si risale ad una curva granulometrica, utile a classificare le particelle in ARGILLA, LIMO, SABBIA, GHIAIA, CIOTTOLI, MASSI calcolando la percentuale in peso passante in ogni vaglio.



Il diametro medio si ha: $\bar{d} = \frac{\sum_j \frac{1}{2}(d_j + d_{j+1}) P_j}{\sum_j P_j}$

Sedimentazione

È un metodo di separazione meccanica delle fasi che compongono un'emulsione o una sospensione basata sul processo di sedimentazione spontanea tramite la forza di gravità. Per le particelle sono piccole e meno efficaci - si ha un breve intervallo di tempo iniziale in cui la particella accelera, fino a raggiungere le caratteristiche

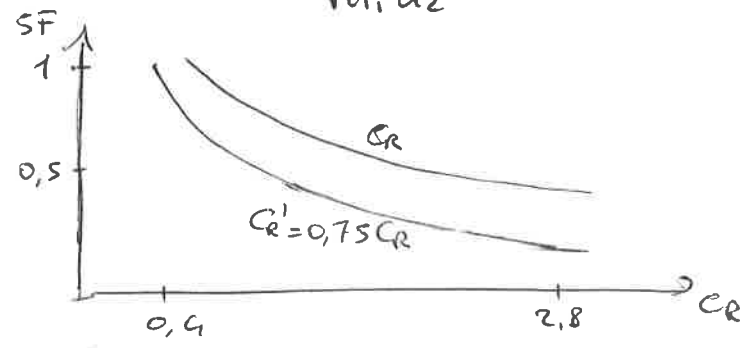
Velocità di sedimentazione, in accordo con la legge di Stokes

$$C_R \alpha_2 d^2 \rho \frac{w_s^2}{2} = \alpha_3 \rho (\rho_s - \rho) d^3 \quad \text{quindi} \quad w_s = \sqrt{\frac{\alpha_3}{\alpha_2 C_R}} \sqrt{2g \Delta d}$$

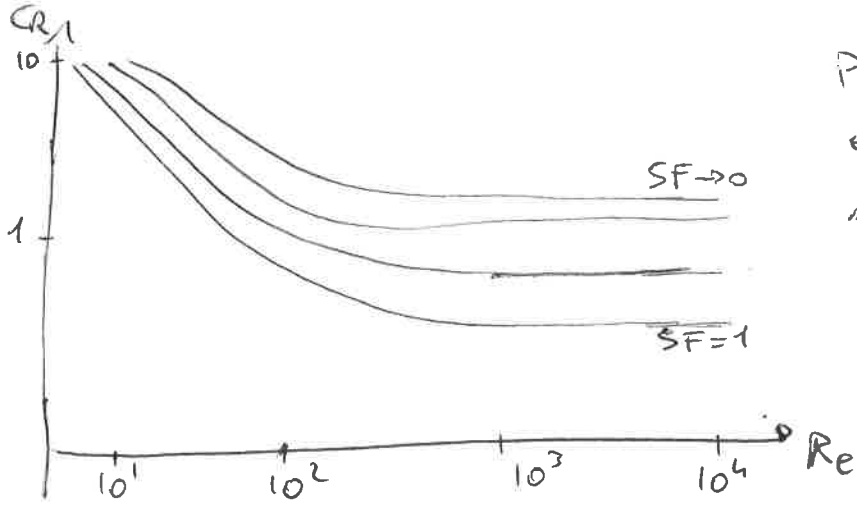
C_R è un coefficiente di resistenza in funzione di Re e della forma - ($C_R \approx \frac{24}{Re}$)

Il fattore di forma si definisce e diminuisce all'aumentare di C_R .

$$SF = \frac{d_3}{\sqrt{d_1 d_2}} \quad \text{SHAPE FACTOR}$$



S.F. ha una notevole influenza sulla velocità di caduta:



Più è sferico ($SF \rightarrow 1$) minore è la resistenza, quindi maggiore velocità di caduta.

Si introduce il DIAMETRO CARATTERISTICO delle particelle, adimensionale, più facilmente confrontabile col numero di Reynolds.

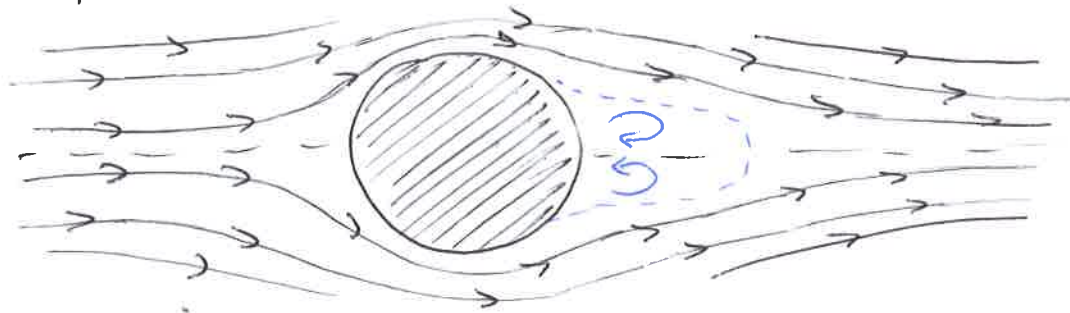
secondo dati sperimentali $\frac{w_s d}{\nu} = \frac{D_*^3}{18}$

definendo anche $w_s = \frac{1}{18} \frac{g \Delta}{\nu} d^2$

si trova che $D_*^3 = 18 \frac{w_s d}{\nu}$ quindi $D_* = d \sqrt[3]{\frac{g \Delta}{\nu^2}}$

EFFETTO SCIA

L'effetto scia si ottiene con valori di Reynolds alti, in regime turbolento. È un fenomeno fluidodinamico di un corpo solido in moto in un fluido.



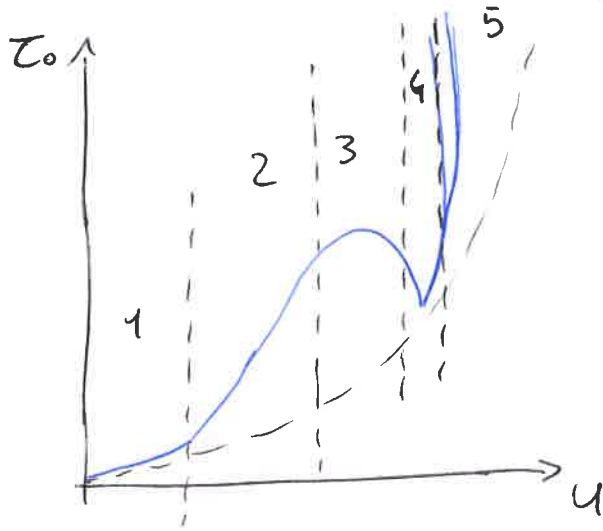
Il corpo esercita un'azione accelerante sul fluido e, per il principio di azione e reazione, il fluido esercita un'azione frenante. Dunque il corpo sarà soggetto alla forza di resistenza in funzione della superficie bagnata dal corpo, della velocità e della viscosità. A causa della viscosità il fluido perde energia aggirando il corpo e ciò genera la separazione delle linee di flusso, formando la zona di ricircolazione nella parte posteriore. A causa del fatto che la velocità del fluido separato dovrà essere maggiore, la sua pressione statica sarà minore ~~rispetto~~ rispetto alla zona corrispondente di monte. Essendo la zona di ricircolazione in equilibrio con il flusso posteriore, la pressione statica sarà minore della pressione della zona corrispondente a monte. La differenza di pressione tra monte e valle genera la resistenza di forma.

$$P_{\text{monte}} > P_{\text{valle}}$$

CAPITOLO 3

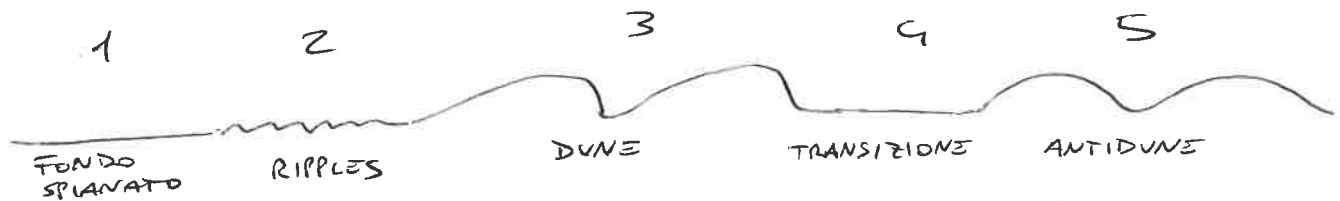
FORME DI FONDO

La presenza di forme di fondo e cause dell'aumento della resistenza al crescere della velocità media in maniera molto più sensibile negli alvei naturali rispetto ai canali a fondo fisso.



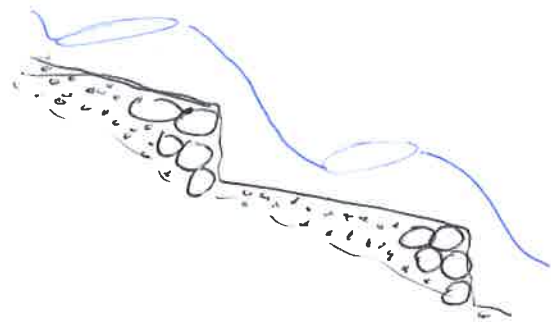
Questo aumento si spiega col fatto che al crescere delle velocità si sviluppano forme di fondo che costituiscono una scabrezza che va ad aggiungersi alle scabrezza dei singoli granuli.

Classificazione forme di fondo



A basse velocità il fondo è spianato; in condizioni prossime al moto incipiente si formano increspature se è presente il sottotrato viscoso con sabbie fini. Con alvei in sabbia e moto in regime fluviale si formano le dune, fino alla condizione di transizione, in cui si ha frangimento e movimento il fondo spianato. In regime torrentizio vengono a formarsi le antidune, con forme più simmetriche ed in traslazione verso monte.

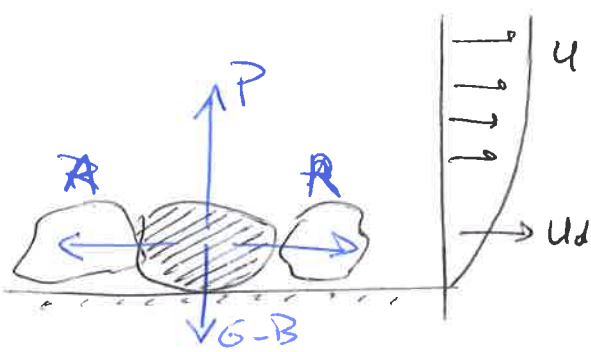
In alvei a grande pendenza si trovano i salti di gradoni e granuli grossolani, con i rispettivi risalti idraulici.



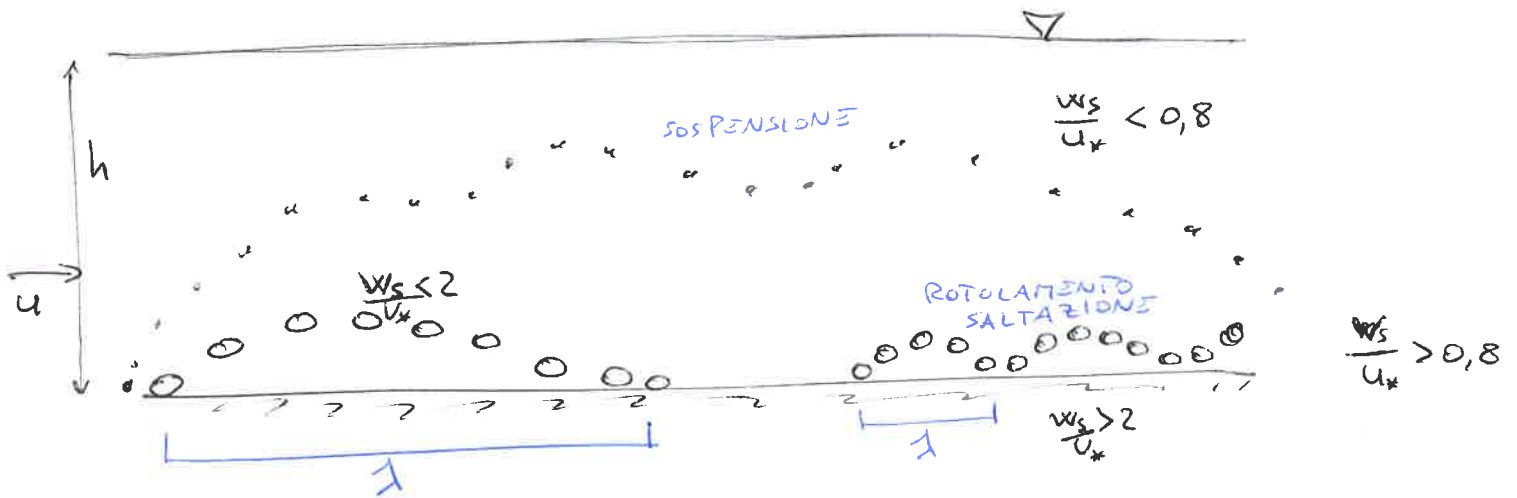
MOTO INCIPIENTE

I meccanismi di trasporto si dividono in sospensione e da fondo, in base alla gittata e alla velocità di caduta si definiscono di sospensione o sollevamento e di saltazione o rotolamento.

Osservando le forze in gioco in una particella si ha



- P = portanza
- R = resistenza
- G-B = peso - spinta di Archimede
- A = attrito



La portanza è una forza conservativa e dipende dalla circolazione attorno al grano, mentre la resistenza è dissipativa, dovuta agli sforzi di attrito sulle particelle e all'effetto scia.

TEORIA DI SHIELDS

Secondo lo schema di moto incipiente e le ipotesi iniziali di canale largo, fondo quasi orizzontale, moto stazionario omogeneo e materiale omogeneo, si ha attivazione del trasporto nel momento in cui $A=R$.

Quindi si definiscono i termini delle forze in gioco:

$$P = C_p \rho \alpha_2 d^2 \frac{U^2}{2} \quad R = C_R \rho \alpha_2 d^2 \frac{U^2}{2}$$

$$G-B = g(\rho_s - \rho) \alpha_3 d^3 \quad A = \tan \varphi (G-B-P)$$

in cui C_p e C_R sono i coefficienti rispettivi di portanza e resistenza, α_2 e α_3 sono i fattori di forma bi e tri-dimensionali.

Per cui si ha l'uguaglianza

$$C_R \rho \alpha_2 d^2 \frac{U^2}{2} = \tan \varphi (g(\rho_s - \rho) \alpha_3 d^3 - C_p \rho \alpha_2 d^2 \frac{U^2}{2})$$

$$C_R \alpha_2 d^2 \frac{U^2}{2} = \tan \varphi (g \Delta \alpha_3 d^3) - \tan \varphi (\alpha_2 d^2 \frac{U^2}{2} C_p)$$

$$C_R \alpha_2 d^2 \frac{U^2}{2} (1 - \tan \varphi \cdot \frac{C_p}{C_R}) = \tan \varphi g \Delta \alpha_3 d^3$$

$$C_R \alpha_2 \frac{U^2}{2} (1 - \tan \varphi \frac{C_p}{C_R}) = \tan \varphi g \Delta \alpha_3 d$$

Analizzando i termini indicati, si ha che $u = f_u(u_*)$ quindi dipende dalla forma e da Re ,

tramite $\frac{u}{u_*} = \frac{1}{k} \ln \frac{\alpha_2 d}{k_e} + B \left(\frac{k_e u_*}{\nu} \right)$ in cui k_e va in base alla forma.

Anche $C_R = f_R(\text{forma}, Re)$, per cui $\frac{C_p}{C_R}$ può essere assunto costante ($\approx 1,2$).

Si ottiene quindi un raccoglimento del tipo

$$\frac{u_*^2}{g \Delta d} = \frac{\tan \varphi \alpha_3}{(1 + \tan \varphi \frac{C_p}{C_R}) f_R f_u} \quad \frac{2 \alpha_3}{\alpha_2} = f \left(\frac{d u_*}{\nu} \right)$$

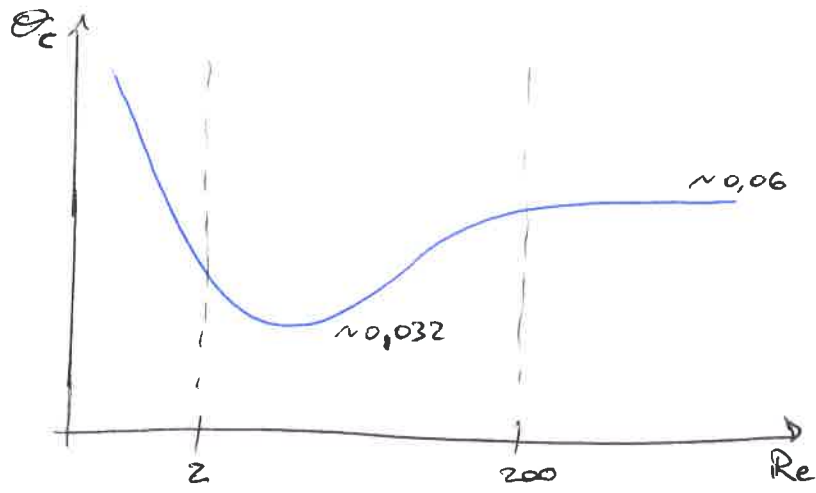
Skelton definisce $\Theta = \frac{u_*^2}{g \Delta d}$ PARAMETRO DI MOBILITÀ,

essendo $Re = \frac{u_* d}{\nu}$, si ha la relazione

$$\boxed{\Theta = f(Re)}$$

quindi $\Theta_c = \frac{u_{*c}^2}{g \Delta d}$ allo stato critico

Diagramma di Shields



Sperimentalmente si ottiene una curva del parametro di Shields critico, per il moto incipiente

$$\begin{cases} \theta < \theta_c & \text{no moto} \\ \theta > \theta_c & \text{mobilita} \end{cases}$$

Si distinguono le tre regioni

- $Re < 2$ in cui $\theta_c = \frac{0,12}{Re}$, $u_{*c}^3 = 0,12 g \Delta D$ con andamento iperbolico.
- $Re > 200$ in cui $\theta_c \approx 0,06$ costante
- $2 < Re < 200$ in cui si ha il minimo $\theta_c \approx 0,032$

Un problema del diagramma di Shields è che la velocità di attrito u_* compare sia in θ che in Re , quindi si adimensionalizza

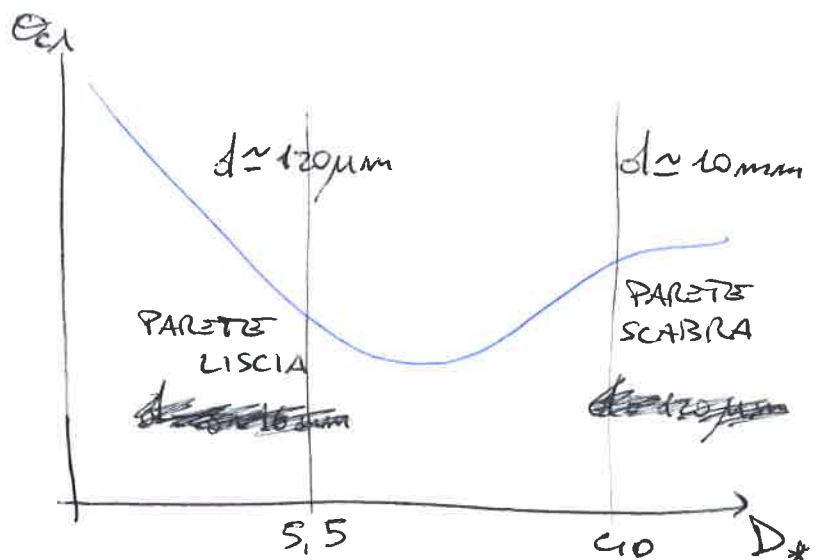
$$Re^2 \theta^{-1} = \frac{u_*^2 d^2}{\nu^2} \cdot \frac{g \Delta d}{u_*^2} = d^3 \frac{g \Delta}{\nu^2}$$

ottenendo proprio il diametro caratteristico

$$D_* = d \sqrt[3]{\frac{g \Delta}{\nu^2}} = \sqrt[3]{Re^2 \theta^{-1}}$$

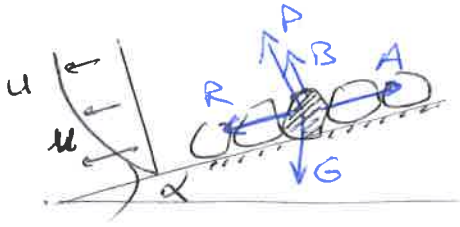
Secondo Brownlie $\theta_c = 0,22 D_*^{-1} + 0,06 e^{-17,77 D_*^{-1}}$

col relativo grafico in cui si distinguono le corrispondenti aree di parete liscia o scabra in analogia col grafico di Shields.



10 Effetto per correzione di Shields

PENDENZA LONGITUDINALE



In questo caso si correggono le forze con ~~la~~ pendenza α .

$$B = \rho g \alpha_3 d^3 \cos \alpha$$

$$R = C_R \alpha_2 d^2 \rho \frac{U^2}{2} - \rho g \alpha_3 d^3 \sin \alpha$$

Il bilancio del moto incipiente è

$$R + G \sin \alpha = \tan \varphi (G \cos \alpha - P - B) \quad \text{quindi}$$

$$C_R \alpha_2 d^2 \rho \frac{U^2}{2} - \rho g \alpha_3 d^3 \sin \alpha + \rho g \alpha_3 d^3 \sin \alpha = \tan \varphi (\rho g \alpha_3 d^3 \cos \alpha - \dots - C_P \rho \alpha_2 d^2 \frac{U^2}{2} - \rho g \alpha_3 d^3 \cos \alpha)$$

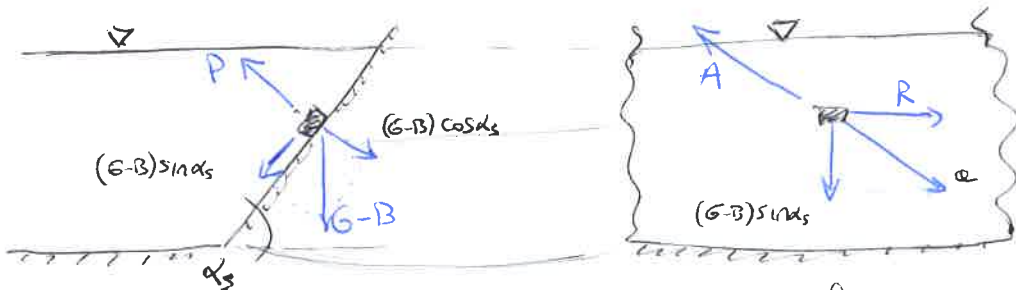
ottenendo la relazione
$$\frac{U_{nc}^2}{g \Delta d} = \Theta_0 \left(\cos \alpha - \frac{\sin \alpha}{\tan \varphi} \right)$$

BASSA SOMMERGENZA

In condizioni di torrente idrico basso rispetto alla sabbrezza, si forma uno strato di mescolamento [Nikora] dominato dalle scie create dagli elementi di sabbrezza e che è di spessore S_r , confrontabile con il torrente. Allora la mobilità viene ridotta con

$$\frac{\Theta_c}{\cos \alpha - \frac{\sin \alpha}{\tan \varphi}} = \Theta_0 \left(1 + 0,67 \left(\frac{d}{h} \right)^{0,5} \right)$$

INCLINAZIONE DI SPONDA



~~La~~ ~~condizione~~ La risultante delle forze parallele alla sponda risulta inclinata rispetto alla direzione della corrente

$$\alpha = \sqrt{R^2 + (G-B)^2 \sin^2 \alpha_s} = \tan \varphi ((G-B) \cos \alpha_s - P) = A$$

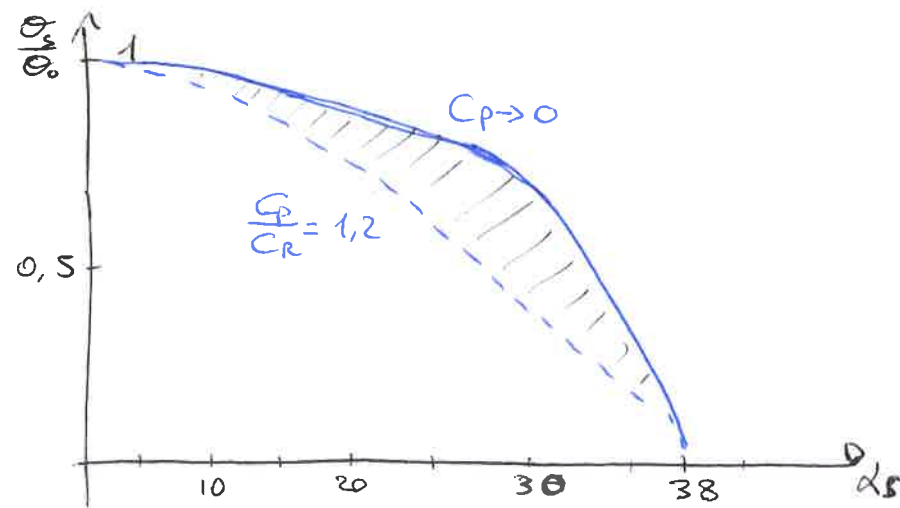
si risolve attraverso il rapporto $\left(\frac{\theta_s}{\theta_0}\right)$ tra parametro relativo alla sponda e la mobilità critica di Shields, ottenendo:

$$\left| Ae \left(\frac{\theta_s}{\theta_0}\right)^2 - 2Be \left(\frac{\theta_s}{\theta_0}\right) - 1 = 0 \right|$$

con i coefficienti $Ae = \frac{1 - \frac{C_p}{C_R} \tan \varphi}{\left(1 + \frac{C_p}{C_R} \tan \varphi\right) \left(1 - \frac{\sin^2 \alpha_s}{\sin^2 \varphi}\right)}$

$$Be = \frac{-\frac{C_p}{C_R} \tan \varphi}{\left(1 + \frac{C_p}{C_R} \tan \varphi\right) \left(1 - \frac{\sin^2 \alpha_s}{\sin^2 \varphi}\right)} \cos \alpha_s$$

quindi si ha $\left(\frac{\theta_s}{\theta_0}\right) = \frac{Be + \sqrt{Be^2 + Ae}}{Ae}$



L'ipotesi di Lane considera la portanza nulla $C_p \rightarrow 0$ quindi

$$\theta_c = \theta_0 \sqrt{1 - \frac{\sin^2 \alpha_s}{\sin^2 \varphi}}$$

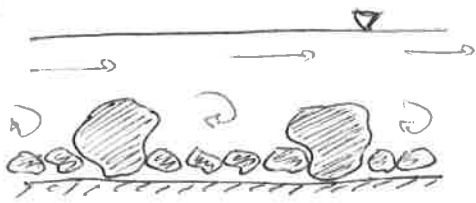
↳ Non cautelativa

DISOMOGENEITÀ MATERIALE

La conseguenza principale è l'effetto di mascheramento, in cui le particelle minori sono protette da quelle di dimensioni maggiori, riducendo la mobilità.

Si introduce un opportuno coefficiente di mascheramento (HIDING FACTOR) relativo al diametro d_j .

$$\theta_{c_j} = \theta_{c_0} f_j$$



Quindi si definisce il parametro in base al rapporto secondo gli studi di:

$$\xi_j = \frac{\sigma_{cs}}{\sigma_{cu}}$$

- Egiazzeroff $\xi_j = \left(\frac{\log_{10} 18}{\log_{10} 18 \frac{d_j}{\bar{d}}} \right)^2$ per $\frac{d_j}{\bar{d}} \geq 0,4$

- Ashida e Michive $\xi_j = 0,85 \frac{\bar{d}}{d_j}$ per $\frac{d_j}{\bar{d}} < 0,4$

- Andrews $\xi_j = \left(\frac{d_j}{\bar{d}} \right)^{-n}$ con $n \approx 0,8$

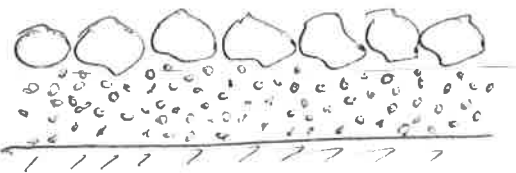
Trovando che la condizione di moto incipiente è

$$\frac{U_{*c}^2}{d \Delta \rho} = \sigma_{cd} \left(\frac{\bar{d}}{d_j} \right)^m$$

CORAZZAMENTO IN ALVEO

Il corazzamento statico è un fenomeno che si riscontra quando la portata solida tende ad annullarsi e le particelle più piccole vengono asportate dalla corrente. Allora la superficie dell'alveo risulta arricchita di particelle di diametro maggiore.

Non si considera il diametro grossolano per la sabbrezza perché meno conveniente in caso di rottura per forte piena ed alta portata solida.



Il corazzamento dinamico indica un livello corazzato che si mobilita anche per piene frequenti. Si avrebbe con trasporto solido poco intenso nel quale i granuli più grossolani si concentrano in superficie mentre i più fini occupano gli spazi restando protetti.

ALTRI CRITERI PER IL MOTO INCIPIENTE

I parametri che influenzano le condizioni di moto incipiente sono: la velocità dell'acqua, il tirante, il diametro delle particelle, lo sforzo sul fondo, la densità dell'acqua, e delle particelle, la viscosità, la gravità e la granulometria. L'analisi dimensionale riduce i nove parametri in sei gruppi adimensionali.

Pendenza critica

Per Re sufficientemente elevato: $\theta_c = \frac{U_{*c}^2}{g \Delta d} \approx 0,057$

in cui $U_{*c}^2 \approx g h i_{fc}$

quindi $\frac{g h i_{fc}}{g \Delta d} \approx 0,057$ si ha $i_{fc} \approx 0,057 \Delta \frac{d}{h}$

per materiale siliceo $\Delta = 1,65$, quindi $i_{fc} \approx 0,09 \frac{d}{h}$

Portata critica

Si utilizza un parametro che raggruppa la portata critica liquida per unità di larghezza:

$$q_{cr}^* = \frac{q_{cr}}{d \sqrt{g d}}$$

con $d \rightarrow d_{10}$ per corazzamento

$$q_{cr}^* = 0,21 i_f^{-1,12}$$

Manipolando la formula si trovano dei limiti:

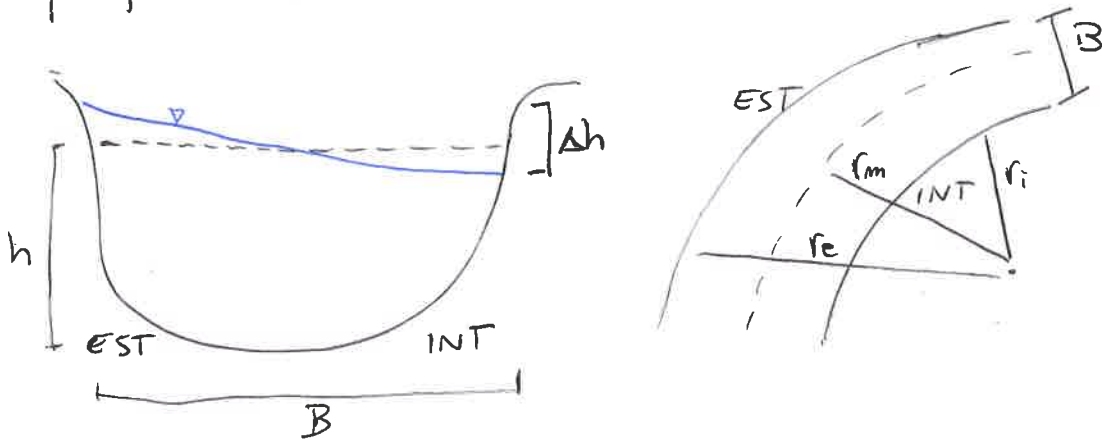
$$q_{cr}^* = \left(\frac{U}{U_*} \right)_{cr} \theta_c^{1,5} \Delta^{1,5} (i_f)_{cr}^{-1}$$

in cui $\left(\frac{U}{U_*} \right)_{cr}$ è il coefficiente di attrito proporzionale a $\frac{d}{h}$.

Questa dipende dalla pendenza i_f in condizioni di moto incipiente.

MOBILITÀ IN CURVA

Per un regime subcritico ($Fr < 1$) si ha un aumento della velocità all'introdosso e un abbassamento del livello superficiale.



$$\Delta h = \frac{U^2}{g} \frac{B}{r_m}$$

Per correnti supercritiche ($Fr > 1$) gli effetti indotti sono assai più rilevanti, calcolando il tirante idrico minimo

$$h_{\min} = h - \frac{\Delta h}{2} \approx h - \frac{U^2}{g} \frac{B}{r_m}$$

L'aumento di velocità si valuta attraverso l'aspetto energetico, in direzione trasversale:

$$h - \frac{\Delta h}{2} + \frac{(U + \Delta U)^2}{2g} = h + \frac{U^2}{2g}$$

$$\text{quindi } U_{\max} = \sqrt{U^2 + g\Delta h} = U \sqrt{1 + 2 \frac{B}{r_m}}$$

tramite Chézy si trova la velocità di attrito

$$(U_*)_{\max} = \frac{U_{\max} \sqrt{g}}{\chi} \approx U \sqrt{1 + 2 \frac{B}{r_m}} \frac{\sqrt{g}}{\chi} = \bar{u}_* \sqrt{1 + 2 \frac{B}{r_m}}$$

Quindi si ricava il parametro di mobilità massimo

$$\theta_{\max} \approx \frac{(U_*)_{\max}^2}{g \Delta d} \approx \bar{\theta} \left(1 + 2 \frac{B}{r_m}\right)$$

Approccio di Rozowski per moti secondari
 si ipotizza la separazione delle direzioni ortogonali, moti con lunghezza di mescolamento di Prandtl e distribuzione della velocità secondo una legge di potenza.

Si ottiene uno sforzo al fondo

$$\bar{T}_{or} = -2 \left(\frac{n}{k} \right)^2 \frac{1}{(2+n)(3+n)} \rho U_{*x}^2 \frac{h}{r_m} = -A_T \rho U_{*x}^2 \frac{h}{r_m}$$

Se ne stima la forza centripeta in ogni singola particella moltiplicando T_o per la superficie della particella ($d_2 d^2$).

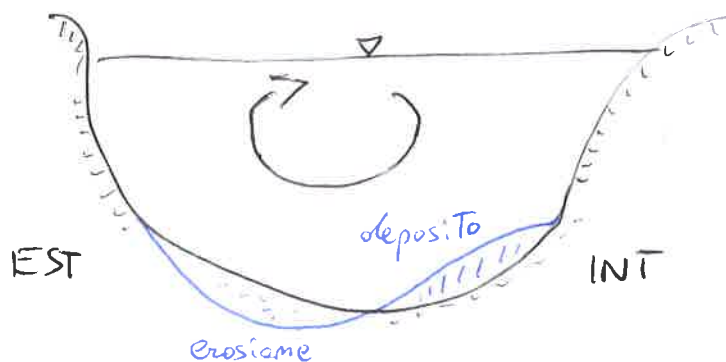
$$T_r = A_T \rho U_{*x}^2 \frac{h}{r_m} d_2 d^2 \text{ e porre le } \underline{\text{condizioni di sponda}}$$

Si ottiene l'equilibrio

$$R^2 + ((G-B) \sin \alpha_s + T_r \cos \alpha_s)^2 \leq \tan^2 \varphi ((G-B) \cos \alpha_s - P - T_r \sin \alpha_s)^2$$

Rimaneggiando analogamente alle stabilite di sponda si ha

$$A_1 \left(\frac{\theta_c}{\theta_0} \right)^2 - 2 B_1 \left(\frac{\theta_c}{\theta_0} \right) - 1 = 0 \quad \text{con } \theta_c = \theta_0 \left(\frac{B_1 + \sqrt{B_1^2 + A_1}}{A_1} \right)$$



Equilibrio mobilità trasversale

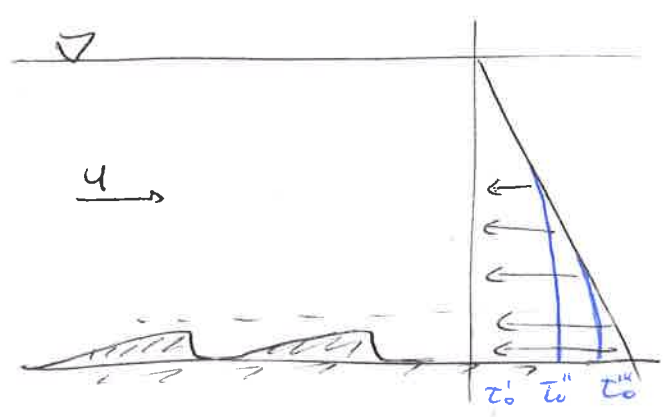
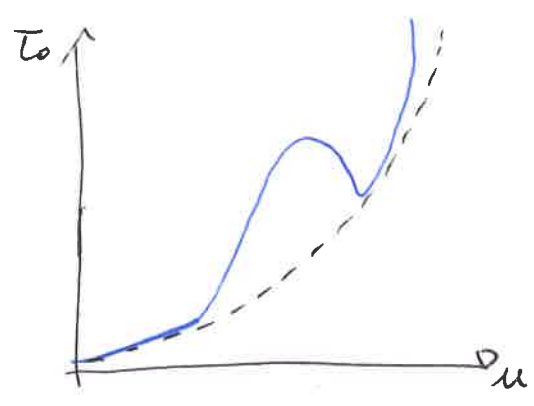
$$\frac{v^2}{R} = g \frac{\partial h}{\partial n} - \frac{\partial}{\partial z} \left(v^T \frac{\partial v}{\partial z} \right)$$

$$\left[\text{forze centripete} = \text{gravità} - \text{moto secondario} \right]$$

RESISTENZA AL FONDO

Si può assumere che lo sforzo tangenziale in alveo sia dato dalla somma dello sforzo dovuto alla resistenza di grano τ_0' , alla resistenza di ~~fondo~~ ~~di~~ forme di fondo τ_0'' e all'iterazione fondo-fluido τ_0''' (trascurabile); quindi $\tau_0 = \tau_0' + \tau_0''$

ovvero $R_{H i_E} = R_{H i_E'} + R_{H i_E''}$



Esistono due criteri principali per valutare la resistenza di fondo: l'uno elaborato da Meyer-Peter & Müller poi ripreso da Engelund con R_H costante: $i_E = i_E' + i_E''$; l'altro di Einstein come i_E costante: $R_H = R_H' + R_H''$.

Criterio di Einstein

Basato su un grafico sperimentale tra la velocità di attrito e scabrezza di grano:

~~$\frac{u_*''}{u_*}$~~ $\frac{u}{u_*''} = f\left(\frac{\Delta d_{35}}{h' i}\right)$ grafico di Einstein-Barbarossa

$\frac{u_*''}{u} = f\left(\frac{\Psi_{35}}{\lambda'}\right)$ grafico di Shen

Per determinare il tirante idrico corrispondente ad un'assegnata portata e ad un'adeguate pendenze del fondo, si determina il valore del raggio idraulico di grano ed il valore del coefficiente di attrito di grano. Il valore di u_*'' è determinato

dal grafico, con $u = \frac{Q}{A'}$, ottenendo $\lambda'' = \sqrt{g} \frac{u}{u_*''}$. Il raggio

idraulico è $R_H = \frac{u_*'^2}{g i'} + \frac{u_*''^2}{g i''}$

Criteria di Engelund

La perdita di carico dovuta ad una singola duna si può calcolare come una perdita di tipo Borda per brusco allargamento:

$$\Delta E = \alpha_D \left(\frac{\Delta_D}{h} \right)^2 \frac{U^2}{2g}$$

La perdita di carico per unità di

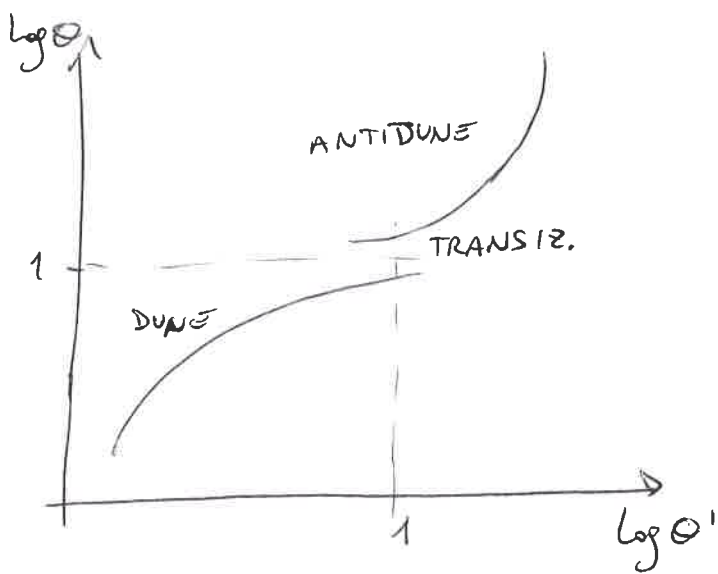
lunghezza di duna: $i_E'' = \frac{\Delta E}{\Delta_D}$; tenendo conto $i_E = i_E' + i_E''$ e

$i_E = \frac{\tau_0}{\rho g h}$ si trova lo sforzo complessivo

$$\tau_0 = \tau' + \alpha_D \rho \frac{U^2}{2} \left(\frac{\Delta_D}{h} \right)^2 \frac{h}{\Delta_D} \quad \text{oppure}$$

$$\Theta = \Theta' + \frac{\alpha_D}{2} \frac{U^2}{g \Delta_D} \left(\frac{U}{U_*} \right)^2 \left(\frac{\Delta_D^2}{h \Delta_D} \right) = \Theta' + \Theta''$$

Il parametro Θ'' dipende dalla mobilità Totale Θ , dalla geometria delle forme e dal coefficiente di resistenza globale. La geometria delle forme di fondo dipende essenzialmente dalla portata solida, che a sua volta dipende soprattutto dal parametro di mobilità di grano. $\Theta'' = f(\Theta, \Theta')$ e $\Theta = f(\Theta')$.



$$\left\{ \begin{array}{ll} \Theta' = 0,06 + 0,4 \cdot \Theta^2 & \text{in } \Theta' < 0,5 \\ \Theta' = \Theta & \text{in } 0,5 < \Theta' < 0,75 \\ \Theta' = 1,8 - \frac{1}{\Theta^2} & \text{in } \Theta' > 0,75 \end{array} \right.$$

Engelund consiglia la formula

$$\frac{U}{\sqrt{g h i_E'}} = 8,45 \left(\frac{h}{2,5 D_s} \right)^{1/8}$$

Criterio di Van Rijn

Valute in maniera più completa la resistenza dovuta alle dune e alle ripples. Questo criterio ha il pregio di essere stato tarato su un numero di dati sperimentali assai vasto (in correnti subcritiche). Il criterio si basa sulla descrizione della geometria delle dune:

- altezza $\frac{\Delta_D}{h} = 0,11 \left(\frac{d_{50}}{h}\right)^{0,3} (25-T)(1 - e^{-0,5T})$

- pendenza $\frac{\Delta_D}{\Lambda_D} = 0,015 \left(\frac{d_{50}}{h}\right)^{0,3} (25-T)(1 - e^{-0,5T})$

quindi $\Lambda_D = 7,3 h$

Si esprime $T = \frac{\theta - \theta_c}{\theta_c}$ indice del grado di trasporto, inteso come eccesso di sforzo mobilizzante rispetto a quello resistente.

In dettaglio, il Termine di erosione è funzione del parametro di mobilità T specializzato per il modello, moltiplicato per un'opportuna scala di velocità. Einstein suggerisce di considerare la scala di velocità pari a $(g\Delta)^{0,5}$; talvolta si utilizza la velocità di caduta delle particelle w_s .

Erosione $z_b = - \frac{w_s}{c} (T^{3/2} - c)$

formule di She $w_s = 1,05 \cdot D_*^{1,5} \frac{v}{d} (1 - e^{-0,08 D_*^{1,2}})$

con $D_* = d \left(\frac{g\Delta}{\nu^2}\right)^{1/3}$ da Van Rijn

La sabbrezza equivalente è

$K_{seq} = 3d_{50} + 1,1 \Delta_D (1 - e^{-25 \left(\frac{\Delta_D}{h_D}\right)})$

TRASPORTO DI FONDO

Il trasporto di fondo è caratterizzato da spostamenti medi delle particelle di ordine di grandezza del diametro delle particelle stesse, può avvenire per ROTOLAMENTO o per SALTAZIONE. Poiché la forza di portanza è legata alla velocità della corrente e la forza di gravità può essere ricondotta alla velocità di caduta in acqua ferma, la modalità di trasporto viene a dipendere essenzialmente dal rapporto fra la velocità di caduta w_s e la velocità di attrito u_* :

$$6 > \frac{w_s}{u_*} > 2 \quad \text{rotolamento}$$

$$2 > \frac{w_s}{u_*} > 0,8 \quad \text{saltazione}$$

$$0,8 > \frac{w_s}{u_*} > 0 \quad \text{sospensione}$$

~~TEORIA~~ ~~DI~~ ~~EINSTEIN~~ TEORIA DI EINSTEIN

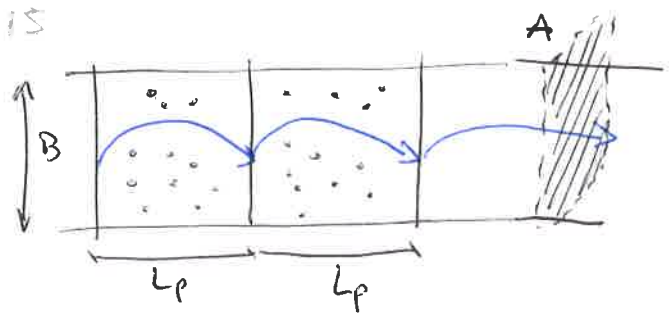
Si consideri un corso d'acqua in regime stazionario ed uniforme; si supponga che l'alveo sia sufficientemente largo da considerare il moto bidimensionale e che il materiale d'alveo sia di granulometria uniforme.

Il moto delle particelle avviene quando il valore istantaneo della forza P supera il peso $G-B$; α_3 è un opportuno fattore di forma, tale che si rappresenti il volume della particella:

$$P \geq G-B = g(p_s - p) \alpha_3 d^3$$

P soggetta alle pulsazioni della turbolenza, perciò random del tempo.

Le particelle si muovono a balzi L_p , si supponga la superficie divisa in strisce di profondità unitaria e lunghezza L_p .



Il numero di particelle per ogni striscia è $\frac{1 \cdot L_p}{\alpha_2 d^2}$

Sia P_n la probabilità media che

che il singolo grano si staccasi dal fondo almeno n volte nel tempo caratteristico T_p sufficientemente grande rispetto alla durata del salto medio. Poiché ogni distacco corrisponde un salto, P_n è anche la probabilità che una particella ha di compiere n salti di lunghezza L_p , ossia di aver percorso nel T_p una distanza nL_p . È $P_n \frac{1L_p}{\alpha_2 d^2}$

Quindi il numero di particelle che attraversano la sezione A è: $P_n \frac{L_p}{T_p \alpha_2 d^2}$, il numero totale è $\sum_1^{\infty} P_n \frac{L_p}{T_p \alpha_2 d^2}$

La portata solida volumetrica di fondo si ottiene:

$$q_b = \alpha_3 d^3 \sum_1^{\infty} P_n \frac{L_p}{T_p \alpha_2 d^2} = \frac{\alpha_3}{\alpha_2} \frac{L_p}{T_p} d \sum_1^{\infty} P_n$$

Il tempo T_p viene assunto come il tempo necessario al rimpiazzo del grano e dipende dalle caratteristiche della particella -

Il rapporto $\frac{L_p}{T_p} = \alpha_6 W_s = \alpha_w \sqrt{g \Delta d}$

allora $q_b = \frac{\alpha_3}{\alpha_2} \alpha_w \sqrt{g \Delta d} d \sum_1^{\infty} P_n$

La probabilità che una particella si distacchi n volte è

$$P_n = P_1^n \quad \text{quindi} \quad \sum_1^{\infty} P_n = \sum_1^{\infty} P_1^n = \frac{P_1}{1 - P_1}$$

si ottiene $\phi = \frac{q_b}{d \sqrt{g \Delta d}} = \frac{\alpha_3 \alpha_w}{\alpha_2} \frac{P_1}{1 - P_1} = \frac{1}{A_*} \frac{P_1}{1 - P_1}$

Si può scrivere anche $P_1 = \frac{A_* \phi}{1 + A_* \phi}$

La probabilità P_1 viene fatta dipendere dal rapporto tra la portanza e il peso immerso

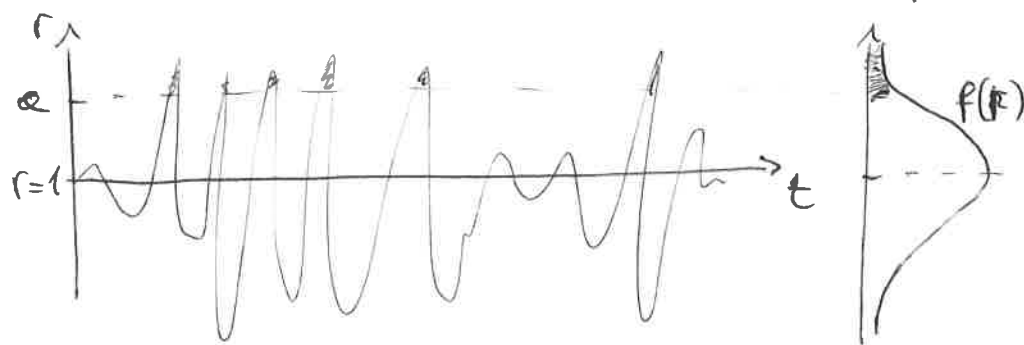
$$P_1 = f\left(\frac{P}{G-B}\right) = f\left(\frac{C_p \rho \alpha_2 d^2 \frac{U^2}{2}}{\rho (P_3 - P) \alpha_3 d^3}\right)$$

Per l'analisi di Shields $P_1 = f(\Theta)$. Essendo P soggetta a fluttuazioni delle turbolenze, essa può essere scomposta in una componente media ed una fluttuante: $P = \bar{P} + P'$.

In termini adimensionali si indica con r il rapporto $r = \frac{P}{\bar{P}}$. Sia perciò $f(r)$ la densità di probabilità delle forze di portanza adimensionalizzate al valore medio, con una distribuzione di tipo gaussiana

$$f(r) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(r-1)^2}{2\sigma^2}\right]$$

con a = valore critico al quale la particella si solleva, quando la portanza eguaglia il peso $a = \frac{G-B}{\bar{P}}$



la probabilità di non distacco è $P_1 = \int_{-\infty}^{a-1} f(r) dr$ perciò
la probabilità di distacco è

$$P_1 = 1 - \int_{-\infty}^{a-1} f(r) dr = 1 - \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{a-1} \exp\left[-\frac{(r-1)^2}{2\sigma^2}\right] dr$$

16 Einstein sposta il limite inferiore da $-\infty$ a $-(\alpha+1)$,
 ponendo la condizione di distacco $|P| < G-B$, cioè $|r| < \alpha$:
 || per $r > 0$ da $r < \alpha$ e $r-1 < \alpha-1$ limite superiore
 || per $r < 0$ da $r > -\alpha$ e $r-1 > -\alpha-1$ limite inferiore

In definitiva si ha
$$P_1 = 1 - \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-\frac{\alpha+1}{\sqrt{2\sigma}}}^{\frac{\alpha-1}{\sqrt{2\sigma}}} \exp\left[-\left(\frac{r-1}{\sqrt{2\sigma}}\right)^2\right] d\left(\frac{r-1}{\sqrt{2\sigma}}\right)$$

si determina il parametro ~~di Shields~~ α sostituendo i valori
 P, G e B come nell'analisi di Shields, Trovando $\alpha = \frac{1}{\sigma} = \psi$,

quindi:
$$\frac{\alpha-1}{\sqrt{2\sigma}} = \left(\frac{\psi}{\sqrt{2\sigma}} - \frac{1}{\sqrt{2\sigma}}\right) = B_* \psi - \frac{1}{\eta_0}$$
, con B_*, η_0 sperimentali

si ottiene
$$P_1 = 1 - \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-\left(B_* \psi + \frac{1}{\eta_0}\right)}^{B_* \psi - \frac{1}{\eta_0}} e^{-x^2} dx = \frac{A_* \phi}{1 + A_* \phi}$$

Sperimentalmente si ha $A_* = 43,15$; $B_* = 0,143$; $\eta_0 = 0,5$

quindi
$$1 - \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-0,143\psi-2}^{0,143\psi-2} e^{-x^2} dx = \frac{43,15 \phi}{1 + 43,15 \phi}$$
 ricavandone

$$\phi = \frac{1}{43,15} \left(\frac{1}{\frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-0,143\psi-2}^{0,143\psi-2} e^{-x^2} dx} - 1 \right)$$

Secondo Einstein il trasporto solido non dipende dalla
 scabrezza indotta dalle forme di fondo, per cui la u_*
 da mettere nel calcolo di ψ è relativa alla sola scabrezza
 di greco. Per granulometria eterogenea si calcola in
 funzione del d_{65}
$$\frac{u}{u_*} = 5,75 \log_{10} \left(12,27 \frac{R_H}{d_{65}} X' \right)$$

in cui
$$X' = 1 + 0,821 e^{-0,027 R_*^{1,275}} \cdot \ln(0,3028 R_*^{0,65})$$

CONDIZIONE DI ALTA MOBILITÀ $\left\{ \begin{array}{l} \phi \rightarrow \infty \\ \psi \rightarrow 0 \end{array} \right.$

In serie di Taylor: $I(\psi) = I^{\psi=0} + \left(\frac{\partial I}{\partial \psi} \right)_{\psi=0} \psi + \dots$
 $\approx B_* \left(e^{-\left(\frac{1}{n_0}\right)^2} + e^{-\left(\frac{1}{n_0}\right)^2} \right) \psi = 2 e^{-\left(\frac{1}{n_0}\right)^2} B_* \psi$

cioè $\frac{A_* \phi}{1 + A_* \phi} = 1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} e^{-\left(\frac{1}{n_0}\right)^2} B_* \psi$; $A \phi \gg 1$

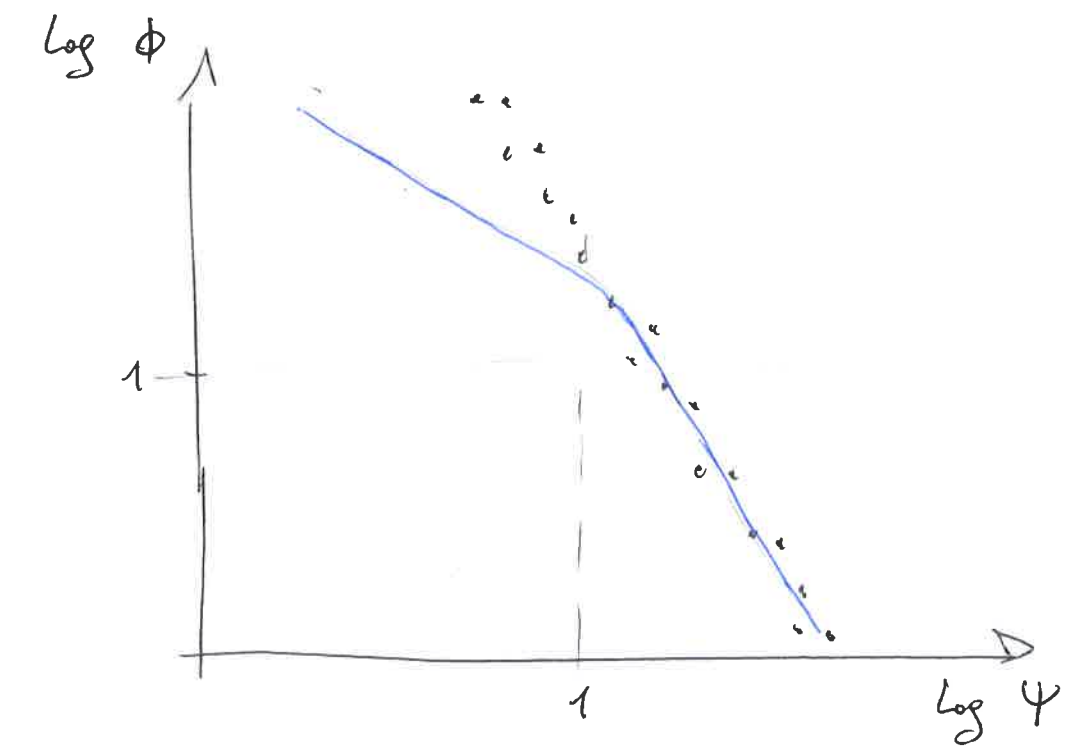
in definitive $\boxed{\phi \psi = 7,84}$ con legge iperbolica

CONDIZIONE DI BASSA MOBILITÀ $\left\{ \begin{array}{l} \phi \rightarrow 0 \\ \psi \rightarrow \infty \end{array} \right.$

$\frac{A_* \phi}{1 + A_* \phi} \rightarrow A_* \phi \ll 1$
 si approssima $\frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^X e^{-x^2} dx \approx 1 - \frac{1}{(1 + a_1 X)^k}$; con $k \gg 1$

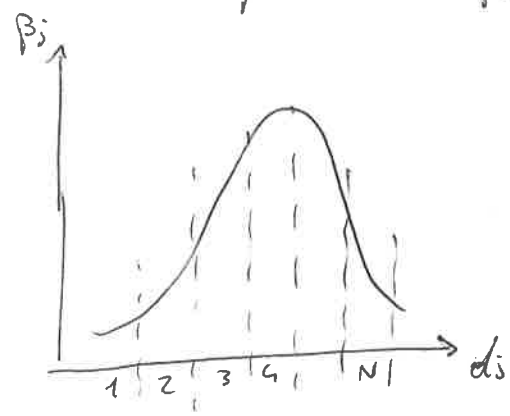
ottenendo $\boxed{\phi = \frac{\text{cost}}{\psi^k}}$ con legge monomiale

Parker propone $\phi = \left(\frac{11,416}{\psi} \right)^{14,2}$, per $\psi > 1$



MATERIALE NON UNIFORME

si suddivide la curva granulometrica del materiale in N classi di percentuale β_j , ciascuna con diametro medio d_j .



La teoria di Einstein può essere ripetuta per ogni classe granulometrica, iniziando dalla porzione di superficie coperta da particelle appartenenti a ciascuna classe, all'interno delle striscia L_p :

$$A_j = \beta_j L_p \cdot 1$$

La portata adimensionale per la j -esima classe è

$$\phi_j = \frac{q_{bj}}{d_j \sqrt{g \Delta d_j}} = \beta_j \frac{1}{A_x} \left(\frac{P_1}{1 - P_1} \right)_j$$

In generale si può scrivere $q_{bj} = \beta_j q_{bj}^*$, dove q_{bj}^* è la capacità di trasporto relativa alla granulometria d_j .

Con l'effetto di mescondimento, Einstein modifica il parametro

$$\psi_j^* = \psi_j \sum_{E_j} \gamma_{E_j} \left(\frac{\log_{10} 10,6}{\log_{10} 10,6 \frac{x_{E_j}}{d_{65}}} \right)^2$$

Quindi in definitiva si riporta che la portata è

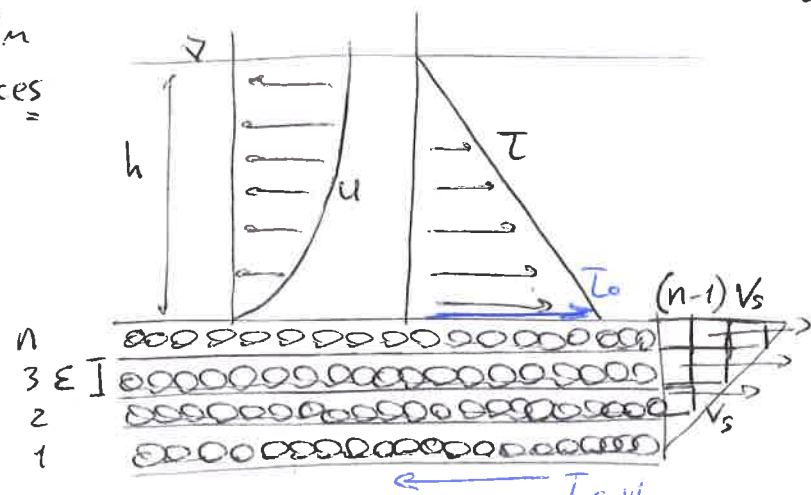
$$\frac{q_{bj}}{d_j \sqrt{g \Delta d_j}} = \beta_j \frac{1}{43,13} \left(\frac{1}{\frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-0,143 \psi_j^* - 2}^{0,143 \psi_j^* - 2} e^{-x^2} dx} - 1 \right)$$

così da tener conto degli effetti di eterogeneità del materiale.

TEORIA DI DU BOYS

Si assume che il trasporto di fondo avvenga per strati successivi sovrapposti di spessore ϵ che si muovono a causa dello sforzo al fondo esercitato dal moto dell'acqua $\tau_0 = \rho g h i_f$.

Il primo strato mette in movimento lo strato successivo, attraverso uno sforzo di attrito proporzionale al peso dello strato stesso e che bilancia lo sforzo tangenziale τ_0 esercitato dall'acqua.



Poiché il peso del materiale sovrastante aumenta, aumenta anche lo sforzo di attrito tra strato e strato, diminuendo la velocità di spostamento (v_s).

Du Boys ipotizza che la velocità degli strati diminuisce linearmente, fino ad annullarsi alla condizione critica di soglia. Quindi v_s è la differenza tra gli n strati. Siano $(n-1)$ strati in moto, lo strato n -esimo eguaglia lo sforzo critico. Dal bilancio della quantità di moto risulta che lo sforzo di fondo τ_0 viene bilanciato dallo sforzo che si esercita all'interfaccia tra lo strato $(n-1)$ ed n . Si assume essere di tipo Coulombiano, cioè proporzionale al

peso attraverso C_A :
$$\tau_0 = C_A n \epsilon \rho (p_s - p)$$

La condizione critica si ha per $n=1 = \frac{\tau_0}{\tau_{coul}}$ se

$$\tau_{coul} = C_A \epsilon (p_s - p) \rho$$

Con l'ipotesi di velocità lineare, la media è $\frac{1}{2} v_s (n-1)$, quindi $q_b = \frac{n-1}{2} v_s n \epsilon$ è la portata [$Q = v \cdot A$].

Allora $q_b = \left(\frac{\tau_0}{\tau_c} - 1 \right) \frac{1}{2} v_s \epsilon \frac{\tau_0}{\tau_c} = \left(\frac{\epsilon v_s}{2 \tau_c^2} \right) \tau_0 (\tau_0 - \tau_c)$

con $\frac{\epsilon v_s}{2 \tau_c^2}$ parametro del diametro delle particelle $\approx 0,54 \frac{1}{\rho (p_s - p)}$

18 FORMULE DERIVANTI

Rielaborando la portata adimensionale si ha

$$\phi = \frac{q_b}{\sqrt{g \Delta d}} = \frac{1}{2} \frac{\tau_0}{\tau_c} \left(\frac{\tau_0}{\tau_c} - 1 \right) \frac{\varepsilon}{d} \frac{V_s}{\sqrt{g \Delta d}}$$

utilizzando il parametro di Shields $\theta' = \frac{u_*'^2}{g \Delta d}$

dove u_*' si riferisce alla ~~forza~~ ^{resistenza} di ~~forza~~ ^{grano}.

Sperimentalmente si ottiene la formula di Meyer-Peter & Miller

$$\phi = 8 (\theta' - \theta_c)^{1,5}$$

Permette di non dover conoscere le forme di fondo, non essendo influente con il trasporto.

Questa formula è stata trovata in una canaletta di laboratorio con materiale grossolano e pendenze massime $if < 3\%$.

Perciò si ha una correzione con la formula di Smart e

Saggi con pendenze maggiori ($3\% < if < 20\%$):

$$\phi = 4 \left(\frac{d_{30}}{d_{30}} \right)^{0,2} if^{0,6} \theta^{0,5} (\theta - \theta_c) \left(\frac{V}{u_*'} \right)$$

In questo caso si usa il parametro θ considerando anche le forme, essendo antidune ($Fr > 1$).

Per materiale più fine, è stata sperimentalmente trovata la formula di Van Rijn ($200 \mu m < d < 2 mm$) con il parametro adimensionale dei diametri:

$$\phi = 0,053 \left[\frac{\theta' - \theta_c}{\theta_c} \right]^{2,1} D_*^{-0,3}$$

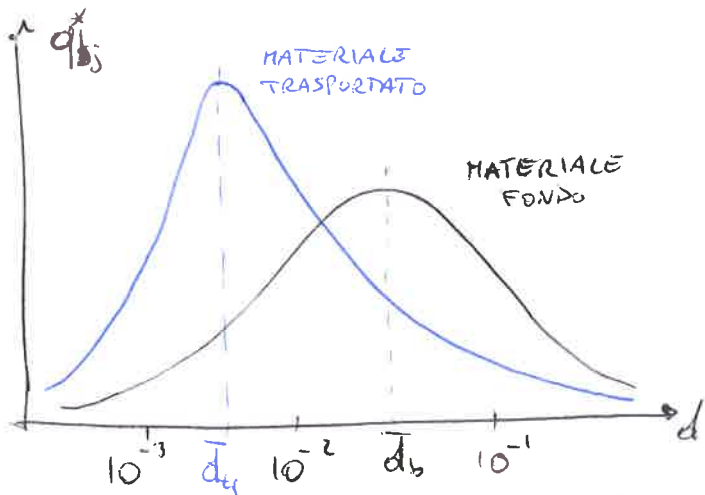
attraverso il grado di trasporto per la resistenza di grano

$$\tau = \frac{\theta' - \theta_c}{\theta_c}$$

Formule più recenti sono scritte in funzione della velocità della corrente adimensionalizzata. Quindi la portata solida dipende direttamente dalla portata liquida critica, col vantaggio di avere grandezze misurabili. La formula per terreni ghiaiosi e per pendenze $0,05 < if < 0,08$ [Takahashi] è la formula di Schoklitsch
$$\phi = \frac{25}{\Delta + 1} if^{1,5} \frac{q - q_c}{\Delta \sqrt{g d d}}$$

In caso di materiale eterogeneo vengono utilizzati i parametri di nascondimento e di diversificazione delle classi, quindi la formula di Meyer-Peter & Müller diventa
$$\phi_j = \frac{q_{bj}}{d_j \sqrt{g \Delta d_j}} = 8 \beta_j \left(\frac{U_*^2}{g \Delta d_j} - \Theta_{ca} \left(\frac{d}{d_j} \right)^n \right)^{1,5}$$

Una conseguenza dell'eterogeneità è il CORAZZAMENTO DINAMICO, graficato con la curva



$$\alpha_j = \frac{\beta_j q_{bj}^*}{\sum_j^N \beta_j q_{bj}^*}$$

Adimensionalizzata, rappresenta la distribuzione granulometrica del materiale ~~trasportato~~ trasportato.

Essendo la funzione portata solida decrescente, la distribuzione del materiale trasportato risulta avere il baricentro spostato verso sinistra ed essere più ripida.

$\bar{d}_{tr} < \bar{d}_b$ Questo effetto è noto come corazzamento dinamico perché interessa le particelle in moto, contrariamente dal corazzamento statico.

13 CAPITOLO 5

TRASPORTO IN SOSPENSIONE

Avviene quando nel bilancio delle forze che agiscono sulla particella la forza di portanza prevale decisamente rispetto alla forza di gravità. Dato che la turbolenza dipende dalla velocità di attrito u_* , è lecito pensare che esista ~~un certo~~ per ~~ogni~~ un certo diametro un valore critico per cui si ha trasporto in sospensione. Secondo Bagnold la particella è trasportata in sospensione quando la sua velocità di ~~scendere~~ caduta w_s è inferiore alla intensità locale della turbolenza.

$$(C_c)_{ss} = \frac{w_s^2}{g \Delta d_{50}} \quad [\text{Bagnold}]$$

Per piccole concentrazioni, il trasporto in sospensione può essere studiato con gli stessi criteri con cui si studia la diffusione di uno scalare nei moti turbolenti.

Per $\tilde{c} = \frac{v_s}{v_s + v_a}$ sia $\frac{\partial}{\partial t} (\rho_s \tilde{c}) + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho_s \tilde{c} (\tilde{u}_s)_i) = 0$

definendo $(\tilde{u}_s)_i = \tilde{u}_i + (w_s)_i$ [fase liquida + fase solida]

si ottiene: $\frac{\partial \tilde{c}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \tilde{u}_x \tilde{c} + \frac{\partial}{\partial y} \tilde{u}_y \tilde{c} - \frac{\partial}{\partial y} w_s \tilde{c} + \frac{\partial}{\partial z} \tilde{u}_z \tilde{c} = 0$

con ρ_s costante e utilizzando i valori istantanei (\tilde{c}).

Per la turbolenza, vale la scomposizione $\tilde{c}(\bar{x}, t) = \bar{c}(\bar{x}, t) + c'(\bar{x}, t)$

$$\frac{\partial \tilde{c}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (c u_x + \overline{c' u_x'}) + \frac{\partial}{\partial y} (c u_y + \overline{c' u_y'} - w_s c) + \frac{\partial}{\partial z} (c u_z + \overline{c' u_z'}) = 0$$

nel moto unidirezionale del fiume quindi:

$$\frac{\partial \tilde{c}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (u_x c) = \frac{\partial}{\partial y} (w_s c) - \frac{\partial}{\partial x} (\overline{u_x' c'}) - \frac{\partial}{\partial y} (\overline{u_y' c'})$$

trasporto
convettivo fase
solida

diffusione turbolenta
fase solida

Si può trascurare il termine diffusivo nel moto convettivo

$$\frac{\partial}{\partial x}(u_x c) \gg \frac{\partial}{\partial x}(\overline{u'_x c'}) \quad \text{stendendo:}$$

$$\frac{\partial c}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(u_x c) = \frac{\partial}{\partial y}(w_s c - \overline{u'_y c'})$$

Per il modello diffusivo di Boussinesq: $-\overline{u'_y c'} = \epsilon_s \frac{\partial c}{\partial y}$

con $\epsilon_s = \beta_\epsilon \epsilon$, quindi si ottiene

$$\frac{\partial c}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(u_x c) = \frac{\partial}{\partial y}(w_s c + \epsilon \beta_\epsilon \frac{\partial c}{\partial y})$$

Traite il coefficiente delle quantità di moto turbolente (ϵ)

IPOTESI: moto stazionario uniforme

$$\frac{\partial}{\partial y}(w_s c + \epsilon \beta_\epsilon \frac{\partial c}{\partial y}) = 0, \quad \boxed{w_s c + \epsilon \beta_\epsilon \frac{\partial c}{\partial y} = \text{cost}}$$

La costante è calcolata considerando che rappresenta il flusso verticale netto della fase solida, che nella superficie libera è nullo. $w_s c + \epsilon \beta_\epsilon \frac{\partial c}{\partial y} = 0$ con $\epsilon = u_* h f\left(\frac{y}{h}\right) = u_* h f(\eta)$

Soluzione di Rouse

Assume come coefficiente di diffusione turbolenta quello che deriva dalla legge logaritmica delle velocità e dalle distribuzioni triangolare degli sforzi di Reynolds.

Per definizione $\epsilon = \frac{-\overline{u'_x u'_y}}{\frac{du_x}{dy}} = \frac{\tau/\rho}{\frac{du_x}{dy}}$ e $\begin{cases} \frac{\tau}{\tau_0} = \frac{h-y}{h} \\ \frac{du_x}{dy} = \frac{u_*}{y\kappa} \end{cases}$

si ottiene $\epsilon = \frac{\tau_0}{\rho} \frac{h-y}{h} \frac{\kappa y}{u_*} = \kappa u_* h \frac{y}{h} \left(1 - \frac{y}{h}\right)$

ossia $f(\eta) = \kappa \eta(1-\eta)$

quindi $c + \beta_\epsilon \frac{u_*}{w_s} \kappa \eta(1-\eta) \frac{dc}{d\eta} = 0$

Si ricava la legge logaritmica secondo la soluzione di

$$\frac{dc}{c} = - \frac{w_s}{\beta_\varepsilon u_* k} \frac{dz}{z(1-\eta)} \quad \text{quindi} \quad \ln \frac{c}{c_0} = \ln \left(\frac{1-\eta}{\eta} \frac{\eta_0}{1-\eta_0} \right)^{-z}$$

ottenendo

$$\boxed{\frac{c}{c_0} = \left(\frac{1-\eta}{\eta} \frac{\eta_0}{1-\eta_0} \right)^{-z}} \quad \text{con } z = \frac{w_s}{\beta_\varepsilon u_* k}$$

sperimentalmente $\eta_0 = 0,05$, quindi $\alpha = 33\%$,

Soluzione di Lane

Nell'ipotesi di distribuzione costante del coefficiente di diffusione

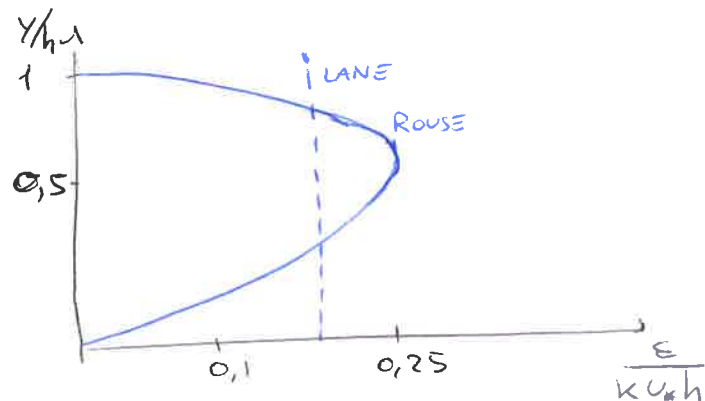
$$\beta_\varepsilon \varepsilon = \frac{u_* h}{15}, \quad \text{ottenendo} \quad c + \frac{u_* h}{15 w_s} \frac{dc}{d\eta} = 0$$

la legge logaritmica diventa

$$\ln \frac{c}{c_0} = -15 \frac{w_s}{u_*} \frac{y-\alpha}{h} \quad \text{ovvero} \quad c = c_0 \cdot \exp \left[-15 \frac{w_s}{u_*} \frac{y-\alpha}{h} \right]$$

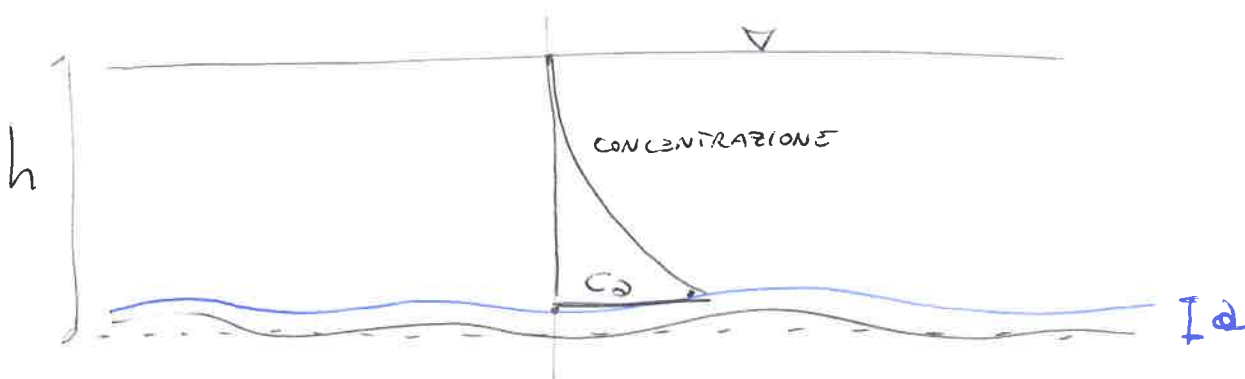
l'inconveniente è che risulta $c(h) = c_0 \cdot \exp \left[-15 \frac{w_s}{u_*} \frac{h-\alpha}{h} \right] \neq 0 \quad \triangle$

Si confrontano le soluzioni di Rouse e Lane in base all'ipotesi iniziale di ε



Concentrazione di riferimento c_0

Bisogna definire la concentrazione nello stretto di fondo, nella quota α .



Secondo EINSTEIN la concentrazione di riferimento c_0 è la concentrazione della fase solida nello strato di fondo. Lo spessore è proporzionale all'altezza dei catzi di trasporto di fondo:

$$\delta = \delta_b \approx 2d$$

Il trasporto di fondo è costante $q_b = c_b u_b \delta_b = c_0 u_b A \delta$
 perciò $c_0 = \frac{1}{11,6} \frac{q_b}{\delta u_x}$ sperimentalmente.

Lo schema di ENGELUND e FREDSSØE si riferisce al trasporto di Begmold. La quota è proporzionale al torante: $\delta = 0,05h$; la concentrazione dipende dalla mobilità di Shields θ . Per cui tende al valore di 0,32, con θ alto.

Con gli stessi parametri di Engelund, VAN RIJN trova la forma analitica $c_0 = 0,015 \frac{d_{50}}{\delta} \left(\frac{\theta' - \theta_c}{\theta_c} \right)^{1,5} D_*^{-0,3}$

valida con $0,1 < d_{50} < 0,5 \text{ mm}$

Portata solida in sospensione q_{ss}

Nota la distribuzione verticale delle velocità e delle concentrazioni, si integra il prodotto ottenendo $[Q = C U B h]$:

$$q_{ss} = \int_0^h c \cdot u \, dy = \frac{u_x c_0}{k} \left(\frac{\delta}{h-\delta} \right)^{-\frac{w_s}{u_x k}} \int_0^h \left(\frac{h-y}{h} \right)^{-\frac{w_s}{u_x k}} \ln \frac{y}{y_0} \, dy$$

calcolato per espansione in serie delle funzioni da integrare oppure può essere calcolato numericamente.

Van Rijn propone $q_{ss} = F U h c_0$

con la funzione

$$F = \frac{\left(\frac{\delta}{h} \right)^{z'} - \left(\frac{\delta}{h} \right)^{1,2}}{\left(1 - \frac{\delta}{h} \right)^{z'} (1,2 - z')} \phi_0$$

in cui $(\phi_0, z) = f(C, c_0)$

PORTATA SOLIDA TOTALE

Per molte formule si esplicita che $q_s = q_b + q_{ss}$, ovvero il trasporto solido è somma del trasporto di fondo e quello in sospensione. Calcolando $q_b = C_b \omega U_b$, Van Rijn trova

la portata in sospensione
$$\frac{q_{ss}}{q_s} = \frac{q_{ss}}{q_{ss} + q_b} = \frac{F \frac{U}{U_b} \frac{h}{\sigma}}{1 + F \frac{U}{U_b} \frac{h}{\sigma}}$$

dove si calcola la velocità di trasporto al fondo con

$$U_b = U_* \left(8 + 2,6 \log D_* - 8 \left(\frac{\Theta_c}{\Theta} \right)^{0,5} \right)$$

oppure in funzione alla velocità di caduta w_s :

$$\begin{cases} U_b = w_s 17 \frac{T^{0,6}}{D_*} & \text{per } D_* < 10 \\ U_b = w_s 1,7 \frac{T^{0,6}}{D_*} & \text{per } D_* \geq 10 \end{cases} \quad \text{con } T = \frac{u_*^2 - u_{*c}^2}{u_{*c}^2}$$

In alternative si usano formule monomie come

$$\phi = \alpha_\phi \Theta^n$$

- Einstein e Brown

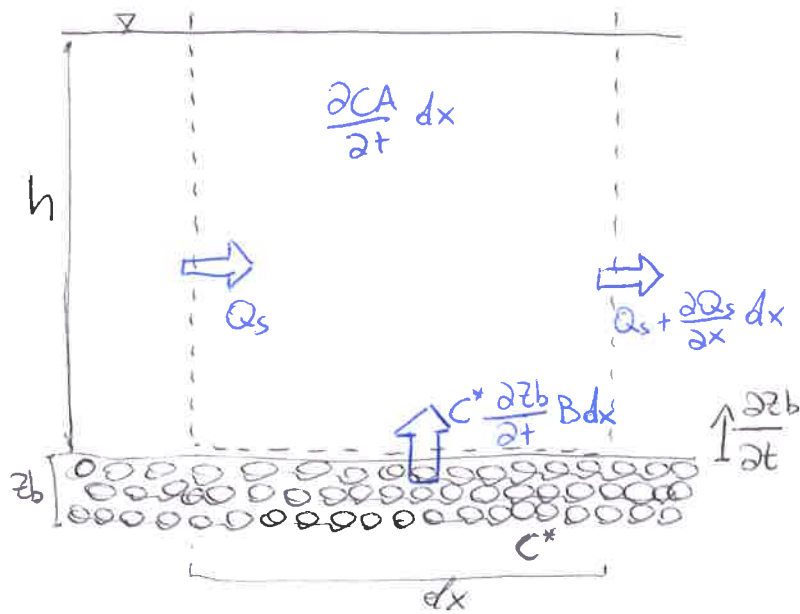
$$\phi = \left(\sqrt{\frac{2}{3} + \frac{36 v^2}{g \Delta d^3}} - \sqrt{\frac{36 v^2}{g \Delta d^3}} \right) 40 \Theta^3$$

- Engelund e Hansen

$$\phi = 0,084 \Theta^{2,5}$$

CAPITOLO 6

EQUAZIONE DI EXNER



Si consideri un canale con sezione trasversale a forma quasi rettangolare di larghezza B e si applichi al volume compreso tra due sezioni trasversali il bilancio di massa dei sedimenti:

$$\frac{\partial CA}{\partial t} + \frac{\partial Q_s}{\partial x} + BC^* \frac{\partial z_b}{\partial t} = 0$$

Utilizzando il coefficiente di ragguglio $\alpha_{cu} = \frac{\int_A C U dA}{C U A}$ si ha

$$\frac{\partial \left(\frac{Q_s}{\alpha_{cu} U} \right)}{\partial x} + \frac{\partial Q_s}{\partial x} + BC^* \frac{\partial z_b}{\partial t} = 0$$

$$\text{con } Q_s = \alpha_{cu} U A C$$

Per ipotesi di Exner: $\frac{\partial \left(\frac{Q_s}{\alpha_{cu} U} \right)}{\partial x} \ll \frac{\partial Q_s}{\partial x}$

quindi l'equazione di Exner diventa

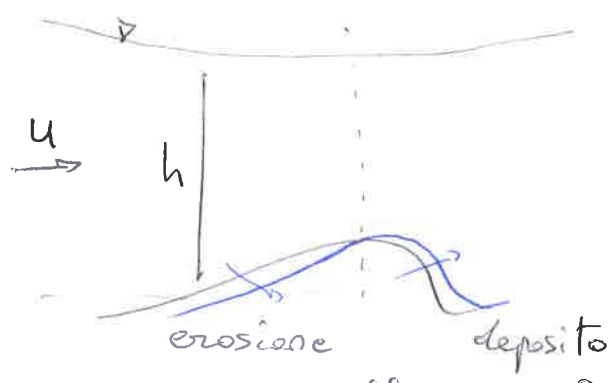
$$\frac{\partial Q_s}{\partial x} = - BC^* \frac{\partial z_b}{\partial t}$$

$\left\{ \begin{array}{ll} \text{quando } \frac{\partial Q_s}{\partial x} > 0 & \text{l'alveo \u00e9 in erosione } \frac{\partial z_b}{\partial t} < 0 \\ \text{quando } \frac{\partial Q_s}{\partial x} < 0 & \text{l'alveo \u00e9 in deposito } \frac{\partial z_b}{\partial t} > 0 \end{array} \right.$

Grazie a queste considerazioni si giustifica la fisica delle dune e antidune, per cui le prime si muovono verso valle e le seconde verso monte.

MOTO DELLE DUNE e ANTIDUNE

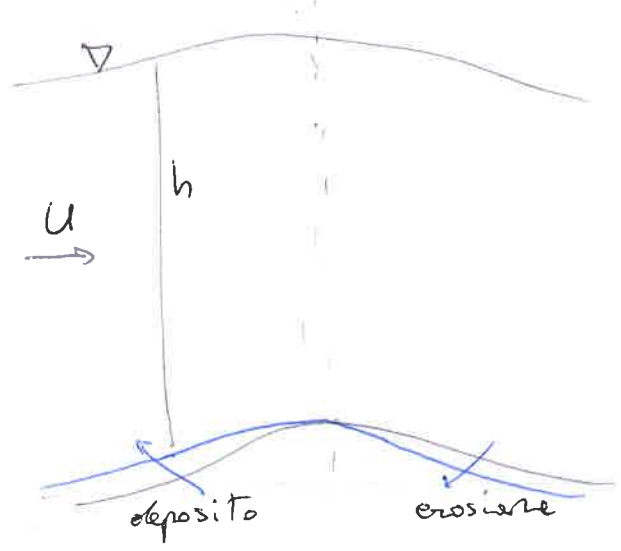
Per una corrente subcritica ($Fr < 1$) si verifica una duna in moto verso valle, con superficie in controfase.



A monte si ha $\frac{\partial h}{\partial x} < 0$ quindi la velocità aumenta. con essa anche la portata $\frac{\partial Q_s}{\partial x} > 0$, ne consegue ~~$\frac{\partial z_b}{\partial t} < 0$~~ $\frac{\partial z_b}{\partial t} < 0$ erosione del fondo.

Viceversa a valle si ha $\frac{\partial Q_s}{\partial x} < 0$ e $\frac{\partial z_b}{\partial t} > 0$ deposito al fondo. Per una corrente

supercritica ($Fr > 1$) si verifica una ~~monte~~ antiduna in moto verso monte, con superficie in fase.



A monte si ha $\frac{\partial h}{\partial x} > 0$ quindi la velocità diminuisce. Con essa anche la portata $\frac{\partial Q_s}{\partial x} < 0$, ne consegue $\frac{\partial z_b}{\partial t} > 0$ deposito del fondo.

Viceversa a valle si ha $\frac{\partial Q_s}{\partial x} > 0$ e

$\frac{\partial z_b}{\partial t} < 0$ erosione al fondo.

In corrente prossima alla critica ($0.8 < Fr < 1.2$) le considerazioni cadono in difetto, in quanto è necessario considerare anche le possibili variazioni delle condizioni idrodinamiche indotte dalle variazioni morfologiche. Infatti, in condizioni di alveo critico, si ha un fondo pressoché pieno con dune frangenti.

CAPITOLO 7

ACCOPIAMENTO ACQUA-SEDIMENTI

Nella miscela di acqua e sedimento si ha il sistema

$$\begin{cases} \frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} + B \frac{\partial z_b}{\partial t} = 0 & \text{massa liquida} \\ \frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\beta' \frac{Q^2}{A} \right) + \rho A \frac{\partial}{\partial x} (h + z_b) = -\rho A i_s & \text{moto miscela} \\ \frac{\partial CA}{\partial t} + \frac{\partial Q_s}{\partial x} + BC^* \frac{\partial z_b}{\partial t} = 0 & \text{massa sedimenti} \end{cases}$$

con sei variabili indipendenti: Q_s, C, Q, h, z_b, i_s

Quindi il sistema necessita di 3 relazioni di chiusura:

1. cedente piezometrica di moto uniforme

$$i_s = \frac{U^2}{\chi^2 R_H} = \frac{Q^2}{A^2 \chi^2 R_H}$$

2. portata del materiale solido (sedimenti) attraverso la capacità di trasporto $Q_s = f_s(Q, h, B, \chi, d, \dots)$

3. concentrazione materiale solido (sedimenti) come la portata $C = f_c(Q, h, B, \chi, d, \dots)$

Nell'ipotesi che U e h siano continue si ottiene il sistema di equazioni differenziali alle derivate parziali, studiato con le caratteristiche da de Vries.

La portata solida per unità di lunghezza $q_s = \frac{Q_s}{B}$ dipende dalle variabili U e h , infatti $\frac{\partial q_s}{\partial x} = \frac{\partial q_s}{\partial U} \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial q_s}{\partial h} \frac{\partial h}{\partial x}$

Si trascurano la variazione temporale ed il termine di conservazione di volume totale, con $\beta' = 1$.

Si ottiene il sistema in forma matriciale

$$\left[\frac{\partial U}{\partial t} + \Lambda U \frac{\partial U}{\partial x} + S_U = 0 \right]$$

Quindi si ottiene;

$$\frac{\partial}{\partial t} \begin{bmatrix} h \\ U \\ z_b \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} U & h & 0 \\ g & U & g \\ \frac{1}{c^*} \frac{\partial q_s}{\partial h} & \frac{1}{c^*} \frac{\partial q_s}{\partial U} & 0 \end{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \begin{bmatrix} h \\ U \\ z_b \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ g i_E \\ 0 \end{bmatrix} = 0$$

Ovvero un sistema riformulato da quello di partenza

$$\begin{cases} \frac{\partial h}{\partial t} + U \frac{\partial h}{\partial x} + h \frac{\partial U}{\partial x} = 0 \\ \frac{\partial U}{\partial t} + g \frac{\partial h}{\partial x} + U \frac{\partial U}{\partial x} + g \frac{\partial z_b}{\partial x} = -g i_E \\ \frac{\partial z_b}{\partial t} + \frac{1}{c^*} \frac{\partial q_s}{\partial h} \frac{\partial h}{\partial x} + \frac{1}{c^*} \frac{\partial q_s}{\partial U} \frac{\partial U}{\partial x} = 0 \end{cases}$$

Del determinante della matrice A_U è possibile applicare il metodo delle caratteristiche, quindi $\det(A_U - \lambda I) = 0$

$$p(\lambda) = -\lambda^3 + 2U\lambda^2 + \left(gh - U^2 + gh \frac{1}{c^* h} \frac{\partial q_s}{\partial U}\right) \lambda - ghU \left(\frac{1}{c^* h} \frac{\partial q_s}{\partial U} - \frac{1}{c^* U} \frac{\partial q_s}{\partial h}\right) = 0$$

Adimensionalizzando i parametri con $(gh)^{1/5}$ si ottiene

$$\tilde{\lambda}^3 - 2\tilde{\lambda}^2 F_r + \tilde{\lambda} (F_r^2 - 1 - A_1) + F_r (A_1 - B_1) = 0$$

$$\text{in cui } \tilde{\lambda} = \frac{\lambda}{\sqrt[5]{gh}}; \quad F_r = \frac{U}{\sqrt[5]{gh}}; \quad A_1 = \frac{1}{c^*} \frac{U}{g} \frac{\partial q_s}{\partial U}; \quad B_1 = \frac{1}{c^*} \frac{U}{g} \frac{\partial q_s}{\partial h}$$

Allora è possibile ricavare le tre soluzioni a fondo mobile

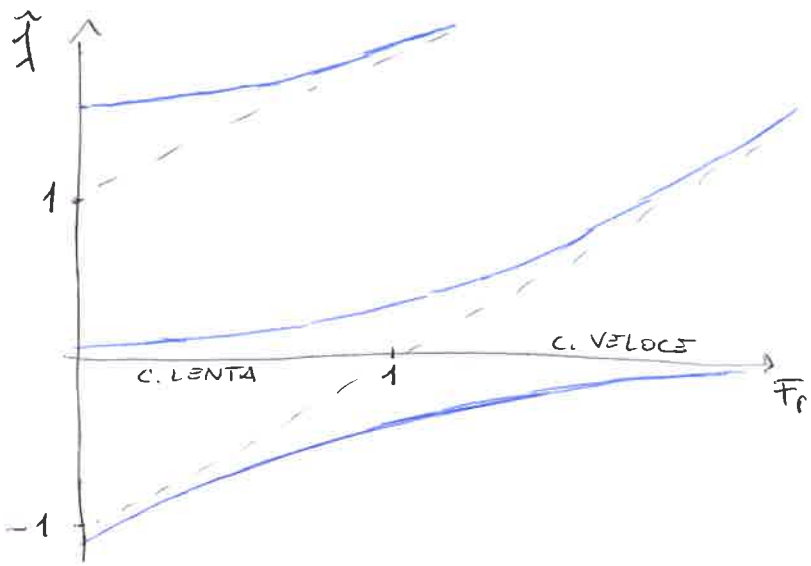
$$\begin{cases} \tilde{\lambda}_1 = \frac{1}{2} \left(F_r + 1 + \sqrt{(F_r + 1)^2 + 2(A_1 + F_r B_1)} \right) \\ \tilde{\lambda}_2 = \frac{1}{2} \left(F_r - 1 + \sqrt{(F_r - 1)^2 - 2(A_1 - F_r B_1)} \right) \\ \tilde{\lambda}_3 = \frac{1}{2} \left(F_r - 1 - \sqrt{(F_r - 1)^2 + \frac{4F_r}{1+F_r} (A_1 - B_1)} \right) \end{cases}$$

confrontabili col caso di fondo fisso

$$\tilde{\lambda}_1 = F_r + 1 \quad \tilde{\lambda}_2 = F_r - 1 \quad \tilde{\lambda}_3 = 0$$

assumendo $A_1 = B_1 = 0$

Si graficano le soluzioni confrontandole all'aumentare del numero di Froude, con ipotesi di $q_s = \text{cost. } U^m h^n$.

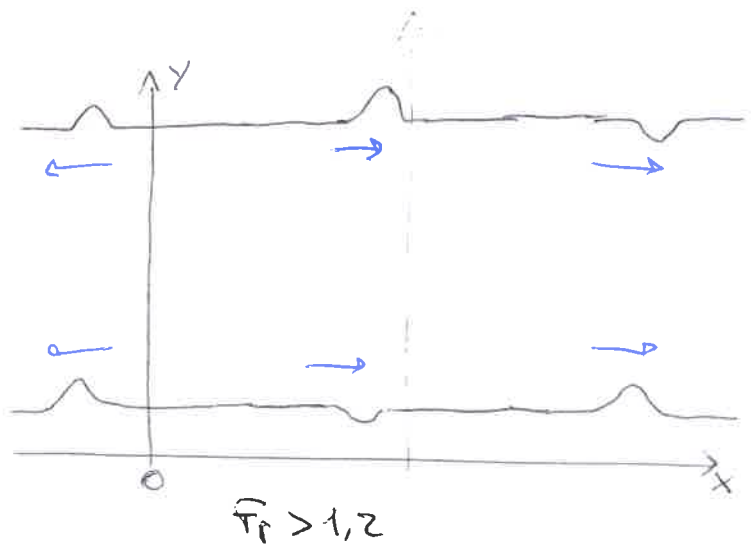
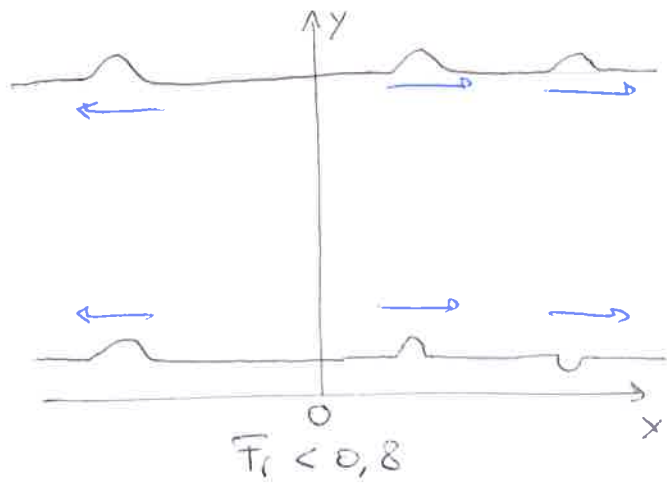


Quando il numero di Froude è sufficientemente diverso da 1 e la concentrazione molto minore di 1, le caratteristiche si approssimano con le espressioni [de Vries]:

	$Fr < 1$	$Fr > 1$
λ_1	$U + \sqrt{gh} + o(c)$	$U + \sqrt{gh} + o(c)$
λ_2	$U - \sqrt{gh} + o(c)$	$\frac{U}{1 - Fr^2} (A_1 - B_1)$
λ_3	$\frac{U}{1 - Fr^2} (A_1 - B_1)$	$U - \sqrt{gh} + o(c)$

CONDIZIONI AL CONTORNO

Distinguendo i casi di corrente lenta e veloce si possono specializzare le provenienze delle informazioni nelle condizioni al contorno.



Se il problema è ben posto, le condizioni al contorno possono essere determinate dalle caratteristiche entranti nel dominio di calcolo.

24 si rileva che due caratteristiche sono sempre positive ed una sempre negativa: due sono entranti da monte ed una è entrante della sezione di valle.

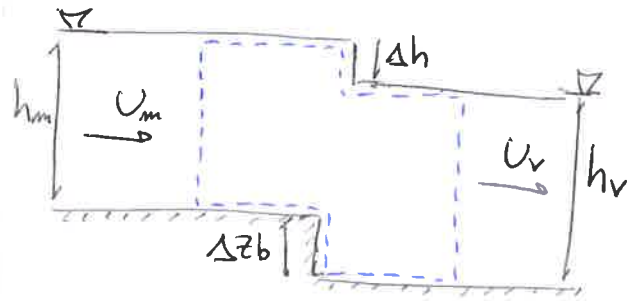
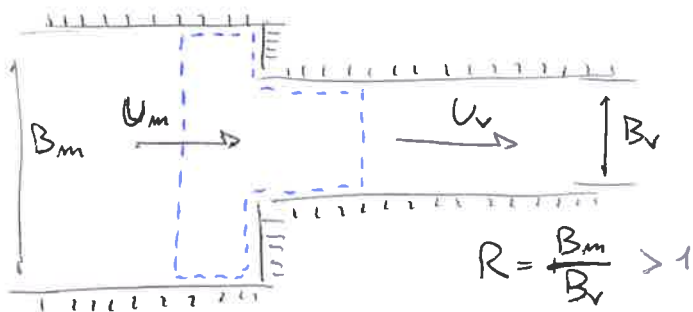
La condizione di valle è preferibile venga data in corrente lenta o transcritica sul tirante h o sulla velocità U , mentre in supercritica conviene porla sul fondo z_b . Per quanto riguarda le condizioni di monte per bassi numeri di Froude le condizioni preferibili sono date sulla velocità e sulla quota di fondo, mentre in condizioni supercritiche o transcritiche conviene assegnare il tirante e la velocità.

In genere si pone la portata liquida nota da monte, la portata solida nota da monte e il tirante di moto uniforme come condizione di valle.

RESTRINGIMENTI IN CONDIZIONI STAZIONARIE

Negli alvei a fondo mobile i risultati della Teoria dei profili di moto permanente non si possono applicare. È tuttavia possibile utilizzare le indicazioni di quell'approccio per periodi di tempo brevi e lungo distanze modeste. In queste condizioni è ammissibile considerare il fondo fisso e trascurabili i termini di variazione temporale dell'equazione di continuità dell'acqua e della quantità di moto.

Per un restringimento di sezione, si consideri un canale rettilineo a sezione larga, con B_m a monte e B_v a valle per cui $B_m > B_v$. Si assume che il canale sia alimentato da portate liquide e solide costanti nel tempo e che sia sufficientemente lungo. A regime nei tratti a monte e a valle del passaggio si instaureranno le condizioni di moto uniforme.



Si impone la conservazione delle portate $Q_s = \text{cost} B U^n$

$$\begin{cases} Q = h_m B_m U_m = h_v B_v U_v \\ Q_s = \text{cost} B_m U_m^n = \text{cost} B_v U_v^n \end{cases}$$

Quindi si ottiene $h_v = h_m R^{\frac{n-1}{n}}$ e $U_v = U_m R^{\frac{1}{n}}$

tramite il rapporto di restringimento.

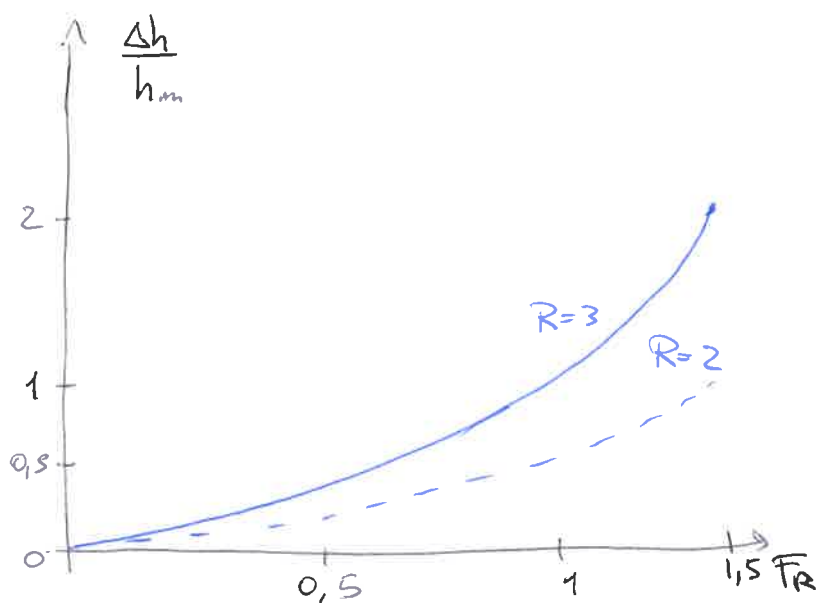
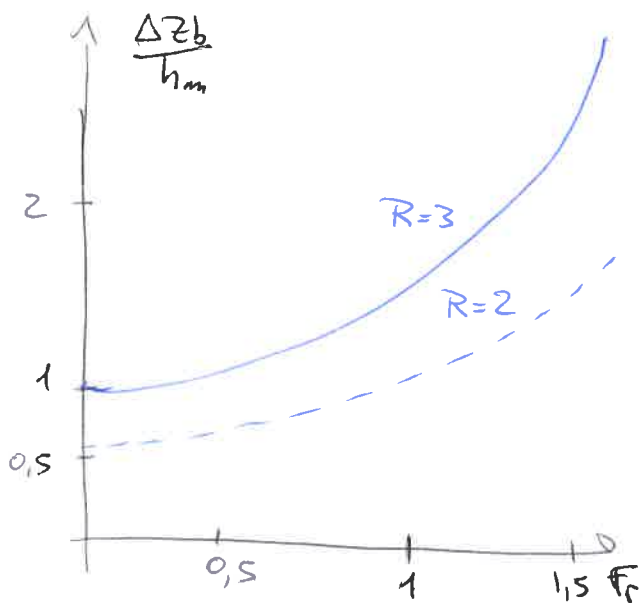
Le discontinuità si valutano $\Delta z_b + h_m = h_v + \Delta h$ nel bilancio della quantità di moto sul volume di controllo:

$$B_v \rho g \left[\frac{1}{2} h_m^2 + \Delta z_b \left(\frac{h_v + h_m + \Delta z_b}{2} \right) - \frac{\Delta z_b}{2} \right] - \frac{h_v^2}{2} = \rho B_v h_v U_v (U_v - U_m)$$

Sostituendo h_v e U_v nel bilancio della quantità di moto si

$$\text{ha } \frac{\Delta z_b}{h_m} = R^{1-\frac{1}{n}} - 1 + 2 Fr^2 R \frac{R^{1/n} - 1}{R^{1-\frac{1}{n}} + 1} = R^{1-\frac{1}{n}} - 1 + \frac{\Delta h}{h_m}$$

definendo uno scavo relativo al torante di monte attraverso i termini adimensionali.



CAPITOLO 8

MODELLI MATEMATICI

Nei modelli semplificati si assumono delle ipotesi in grado di trascurare alcuni termini, come la condizione stazionaria

in cui $\frac{\partial u}{\partial t} \ll g \frac{\partial h}{\partial x}$ e $\frac{\partial h}{\partial t} \ll U \frac{\partial h}{\partial x}$ e $\frac{\partial(CA)}{\partial t} \rightarrow 0$

Con piccole variazioni è lecito porre $\frac{\partial q_s}{\partial x} \approx \frac{dq_s}{du} \frac{\partial u}{\partial x}$ quindi:

$$\begin{cases} h \frac{\partial u}{\partial x} + U \frac{\partial h}{\partial x} = 0 \\ U \frac{\partial u}{\partial x} + g \frac{\partial h}{\partial x} + g \frac{\partial z_b}{\partial x} = -g i_e \\ \frac{dq_s}{du} \frac{\partial u}{\partial x} + C^* \frac{\partial z_b}{\partial t} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \left(-\frac{U^2}{gh} + 1\right) \frac{\partial h}{\partial x} + \frac{\partial z_b}{\partial x} = -i_e \\ \frac{dq_s}{du} \left(-\frac{U}{h}\right) \frac{\partial h}{\partial x} = -C^* \frac{\partial z_b}{\partial t} \end{cases}$$

Modello di onde cinematiche

Trascurando la perdita i_e , osservatore in moto con $c_z = \frac{dx}{dt}$.

$$\left(1 - \frac{U^2}{gh}\right) \frac{\partial h}{\partial x} + \frac{\partial z_b}{\partial x} = 0 \quad \text{si trova la superficie libera}$$

$$\frac{\partial h}{\partial x} = -\frac{1}{1 - \frac{U^2}{gh}} \frac{\partial z_b}{\partial x} \quad \text{che si sostituisce al bilancio solido}$$

$$\text{come } \frac{\partial z_b}{\partial x} \left(\frac{dq_s}{du} \frac{U}{h} \frac{1}{1 - \frac{U^2}{gh}} \right) = -C^* \frac{\partial z_b}{\partial t} \quad \text{che si può riscrivere}$$

re nella forma di onda semplice $\left[\frac{\partial z_b}{\partial t} + c_z \frac{\partial z_b}{\partial x} = 0 \right]$ con

$$\text{celerità } c_z = \frac{dq_s}{du} \frac{1}{C^*} \frac{U}{h} \frac{1}{1 - Fr^2} \quad \text{coincidente con } \lambda_3.$$

~~Le~~ le applicazioni sono scarse a causa delle ipotesi di semplificazione fatte inizialmente.

Modello di onde parabolice

L'ipotesi è di moto uniforme localmente, osservatore fisso.

$$i_e = i_f = - \frac{\partial z_b}{\partial x} \quad \text{quindi} \quad \left(- \frac{U^2}{gh} + 1 \right) \frac{\partial h}{\partial x} + \frac{\partial z_b}{\partial x} = \frac{\partial z_b}{\partial x}$$

Riformulando il tirante idrico $h = \frac{q}{U}$ si ottiene nel sistema

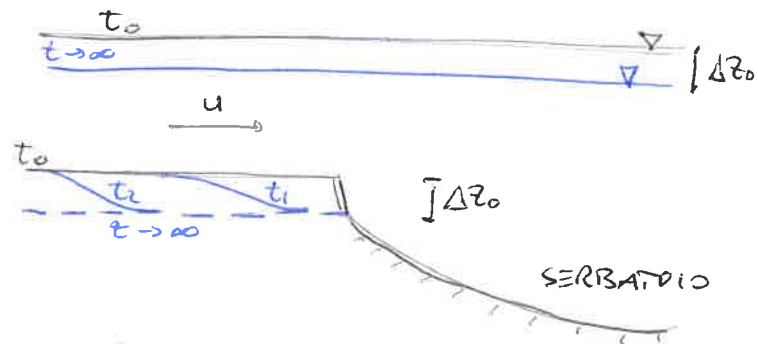
$$\frac{dq_s}{dU} \left(- \frac{x^2 q}{3C^* U^2} \right) \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial z_b}{\partial x} = - \frac{\partial z_b}{\partial t} \quad \text{ricavandone l'espressione}$$

parabolice $\boxed{\frac{\partial z_b}{\partial t} - k_2 \frac{\partial^2 z_b}{\partial x^2} = 0}$ con $k_2 = \frac{x^2 q}{3C^* U^2} \frac{dq_s}{dU}$

Il modello si applica per $x > 3h/\lambda$, con tutti i parametri dipendenti dal tempo, inserendo $q = q(t)$ in k_2 .

SCALA MORFOLOGICA DI DE VRIES

Sia dato un corso d'acqua che sbocca in un serbatoio e si supponga che inizialmente esso sia in equilibrio.



Abbassando la superficie del serbatoio di Δz_0 , anche l'alveo subisce un'erosione allo sbocco. Con l'avanzare del tempo t tutto l'alveo tende ad abbassarsi di Δz_0 , quindi si ha l'erosione

$$\Delta z_b(x, t) = \Delta z_0 \left(1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\xi} e^{-\xi^2} d\xi \right)$$

Modello di onde iperboliche completo

La combinazione delle ipotesi di onde cinematiche e paraboliche porta alla descrizione dell'onda iperbolica, analogamente:

$$\boxed{\frac{\partial z_b}{\partial t} - k_2 \frac{\partial^2 z_b}{\partial x^2} - \frac{k_2}{c_2} \frac{\partial^2 z_b}{\partial t \partial x} = 0}$$

tramite gli stessi parametri c_2 e k_2 .

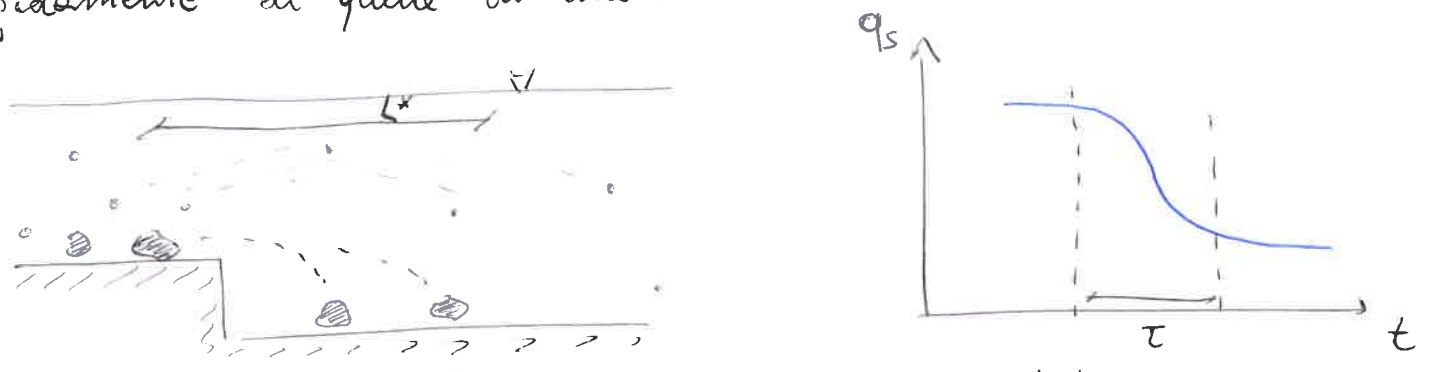
26 MODELLO DI ADATTAMENTO NON IMMEDIATO

Per materiali molto fini si abbandona l'ipotesi che $Q_s \rightarrow Q_s^*$, legando la portata solida anche alle condizioni iniziali ed al contorno come una variabile dipendente.

Si lega Q_s alla capacità di trasporto con una relazione lineare:

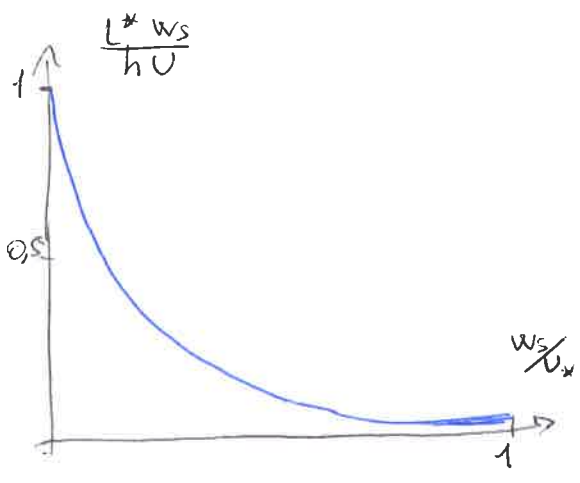
$$Q_s = Q_s^* - L^* \frac{\partial Q_s}{\partial x} - T^* \frac{\partial Q_s}{\partial t} \quad \text{con} \begin{cases} L^* = \text{lunghezza di adattamento} \\ T^* = \text{tempo di adattamento} \end{cases}$$

Le particelle di diametro maggiore tendono ad adattarsi più rapidamente di quelle di diametro minore.



La risposta tende ad essere più o meno ritardata, a seconda che le particelle siano più o meno leggere.

Un'espressione semplificata in forma chiusa ed ulteriormente approssimata è $\frac{L^* w_s}{hU} = \frac{a}{h} + (1 - \frac{a}{h}) \exp[-1,5 (\frac{a}{h})^{-1/6} \frac{w_s}{U_*}]$



Nella classica forma delle equazioni di reazione si scrive

$$\frac{\partial Q_s}{\partial x} + \frac{T^*}{L^*} = - \frac{Q_s - Q_s^*}{L^*}$$

tramite l'equazione di Exner

$$\text{si trova} \begin{cases} \frac{T^*}{L^*} \approx \frac{Q_s}{\alpha w U} \\ \frac{Q_s - Q_s^*}{L^*} = C^* B \frac{\partial z_b}{\partial t} \end{cases}$$

Risulta che il termine relativo al tempo di adattamento si rapporta al termine di immagazzinamento dell'equazione di Exner.

Per il trasporto di fondo $L^*, T^* \rightarrow 0$, quindi $Q_s \rightarrow Q_s^*$. Per il wash load $L^* \rightarrow \infty$ e $\frac{\partial Q_s}{\partial x} \rightarrow 0$ restando costante.

MODELLO PLURIGRANULARE

Si suddivide la curva granulometrica in N classi e per ogni j -esima classe vale

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{V_c} \rho_s c_j dA + \oint_{\Sigma} \rho_s c_j (\vec{u}_{sj} \cdot d\vec{A}) = 0$$

Quindi nel volume di controllo

$$\frac{\partial h c_j}{\partial t} + \frac{\partial q_{sj}}{\partial x} + C^* \beta_j \frac{\partial z_b}{\partial t} = 0$$

attraverso le variabili riconducibili alla capacità di trasporto

$$q_{sj} = \beta_j q_{sj}^* \quad \text{e} \quad c_j = \frac{q_{sj}}{\alpha_{cv} U h} = \beta_j \frac{q_{sj}^*}{\alpha_{cv} U h}$$

Si ottiene una forma completa:

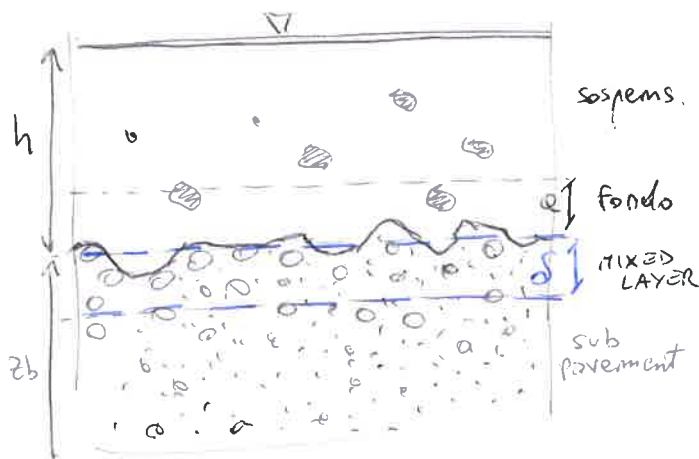
$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\beta_j \frac{q_{sj}^*}{\alpha_{cv} U h} \right) + \frac{\partial}{\partial x} (\beta_j q_{sj}^*) + C^* \beta_j \frac{\partial z_b}{\partial t} = 0$$

Quindi si ottiene un sistema di $N+3$ equazioni iperboliche.

Includendo uno strato di mescolamento (mixing layer) col modello di HIRANO spesso δ si mediano le irregolarità di superficie d'alveo. Quindi l'espressione diviene

$$\frac{\partial}{\partial t} (c_j h + C^* \beta_j \delta) + \frac{\partial q_{sj}}{\partial x} + C^* \beta_j^* \frac{\partial (z_b - \delta)}{\partial t} = 0$$

in cui β_j^* si riferisce al sub-pavement.



Lo spessore δ è il parametro più incerto ed è di primaria importanza per la valutazione dei tempi morfologici.

$$\left[\delta \approx 2 \div 3 d_{50} \quad \text{oppure} \quad \delta = 0,5 H_{\text{moms}} \right]$$

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial (U h)}{\partial x} + \frac{\partial z_b}{\partial t} &= 0 \\ \frac{\partial (U h)}{\partial t} + \frac{\partial (U^2 h)}{\partial x} + g h \frac{\partial h}{\partial x} + g h \frac{\partial z_b}{\partial x} &= - \frac{\tau_0}{\rho} \\ \frac{\partial}{\partial t} \left(\sum_j^N \beta_j \frac{q_{sj}^*}{\alpha_{cv} U} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(\sum_j^N \beta_j q_{sj}^* \right) + C^* \frac{\partial z_b}{\partial t} &= 0 \\ \frac{\partial}{\partial t} \left(\beta_j \frac{q_{sj}^*}{\alpha_{cv} U} + C^* \beta_j \delta \right) + \frac{\partial}{\partial x} (\beta_j q_{sj}^*) + C^* \beta_j \frac{\partial (z_b - \delta)}{\partial t} &= 0 \end{aligned} \right.$$

27 Modello plurigranulare con adattamento

Lo schema di adattamento non immediato assume una certa rilevanza in presenza di variazioni spaziali o temporali delle caratteristiche idrodinamiche soprattutto con trasporto in sospensione.

$$q_{sj} = \beta_j q_{sj}^* - L_j^* \frac{\partial q_{sj}}{\partial x} - T_j^* \frac{\partial q_{sj}}{\partial t}$$

Ne deriva il sistema completo modificato:

$$\begin{cases} \frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial (Uh)}{\partial x} + \frac{\partial zb}{\partial t} = 0 \\ \frac{\partial U}{\partial t} + U \frac{\partial U}{\partial x} + g \frac{\partial h}{\partial x} + g \frac{\partial zb}{\partial x} = -g i_e \\ \frac{\partial}{\partial t} \left(\sum_j^N \frac{q_{sj}}{\alpha_{cu} U} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(\sum_j^N q_{sj} \right) + C^* \frac{\partial zb}{\partial t} = 0 \\ \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{q_{sj}}{\alpha_{cu} U} + C^* \beta_j \delta \right) + \frac{\partial}{\partial x} q_{sj} + C^* \beta_j^* \frac{\partial}{\partial t} (zb - \delta) = 0 \\ q_{sj} = \beta_j q_{sj}^* - L_j^* \frac{\partial q_{sj}}{\partial x} - T_j^* \frac{\partial q_{sj}}{\partial t} \end{cases}$$

MODELLO BIDIMENSIONALE SULLA VERTICALE

Si adotta il modello di Exner per ogni s-esima classe:

$$\frac{\partial c_j}{\partial t} + \frac{\partial u_x c_j}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial y} \left(w_{sj} c_j + \beta_j \varepsilon \frac{\partial c_j}{\partial y} \right), \quad N \text{ classi}$$

Quindi il flusso netto al fondo è $\left(w_{sj} c_j + \beta_j \varepsilon \frac{\partial c_j}{\partial y} \right)_{y=0}$

L'integrazione del modello bidimensionale porta al sistema:

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial x_1} (U_1 h) + \frac{\partial}{\partial x_2} (U_2 h) + \frac{\partial}{\partial t} (h + zb) = 0 \\ \frac{\partial}{\partial x_1} (U_1 c h) + \frac{\partial}{\partial x_2} (U_2 c h) + \frac{\partial}{\partial t} (c h + C^* zb) = 0 \\ \frac{\partial}{\partial t} (U_1 h) + \frac{\partial}{\partial x_1} (U_1^2 h) + \frac{\partial}{\partial x_2} (U_1 U_2 h) + g \frac{\partial}{\partial x_1} (h + zb) = -\frac{T_{01}}{F} \\ \frac{\partial}{\partial t} (U_2 h) + \frac{\partial}{\partial x_1} (U_1 U_2 h) + \frac{\partial}{\partial x_2} (U_2^2 h) + g \frac{\partial}{\partial x_2} (h + zb) = -\frac{T_{02}}{F} \end{cases}$$

Un'equazione complessiva può essere:

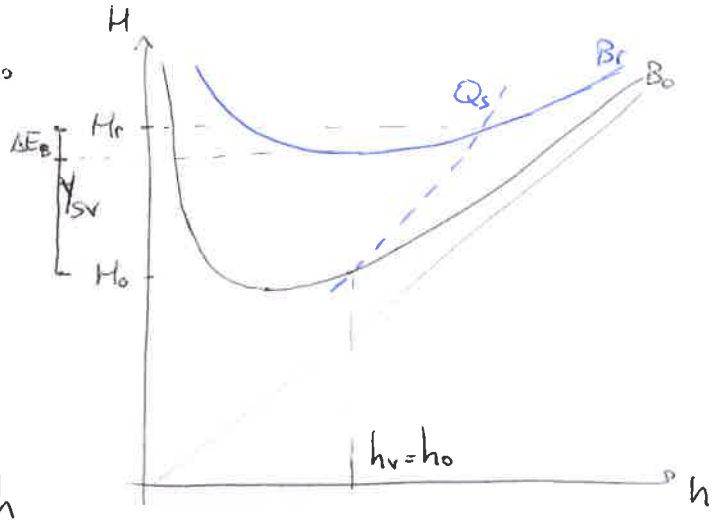
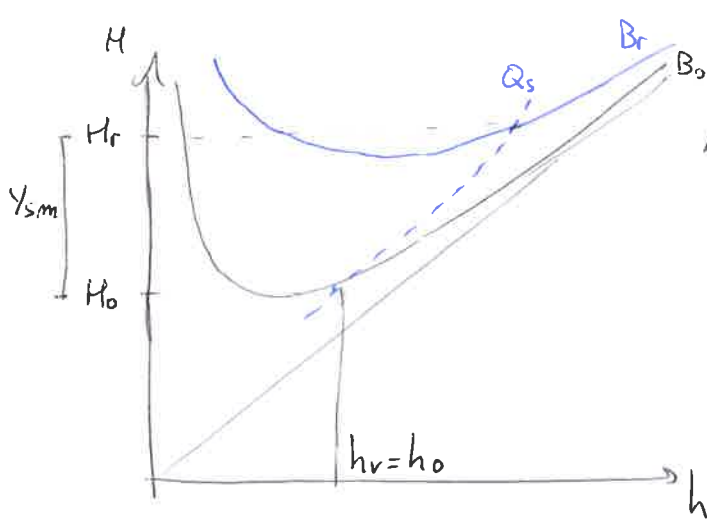
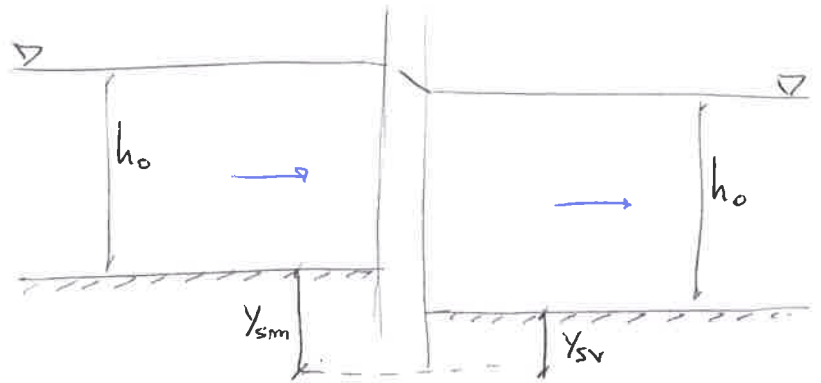
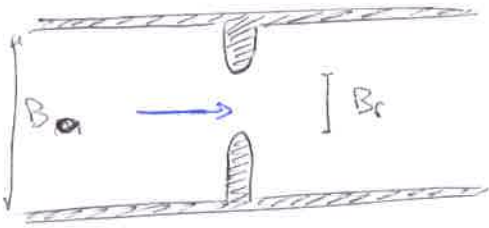
$$\frac{\partial}{\partial t} (C^* \beta_j \delta) + C^* \beta_j^* \frac{\partial}{\partial t} (zb - \delta) = \left(w_{sj} c_j^* + \beta_j \varepsilon \frac{\partial c_j}{\partial y} \right)_{y=0}$$

per il bilancio verticale del mixed layer in $y=0$.

SCAVI LOCALIZZATI

L'erosione al fondo per fenomeni localizzati sono causa del collasso di opere fluviali, studiati con modelli fisici e formule empiriche.

Si assumono separazioni di corrente in superficie e discontinuità al fondo.



La conservazione di energia totale: $y_{sm} + H_0 = H_r = H_0 + y_{sv} + \Delta E_B$ tramite una perdita di tipo Borda.

Le conservazioni di portata sono:

$$\begin{cases} Q = h_0 B_0 U_0 = h_r B_r U_r \\ Q_s = \text{cost } B_0^m U_0^m h_0^{-n} = \text{cost } B_r U_r^m h_r^{-n} \end{cases} \quad \text{con } R = \frac{B_0}{B_r} > 1$$

ottenendo: $U_r = U_0 R^{\frac{1+n}{m+n}}$ e $h_r = h_0 R^{\frac{m-1}{m+n}}$

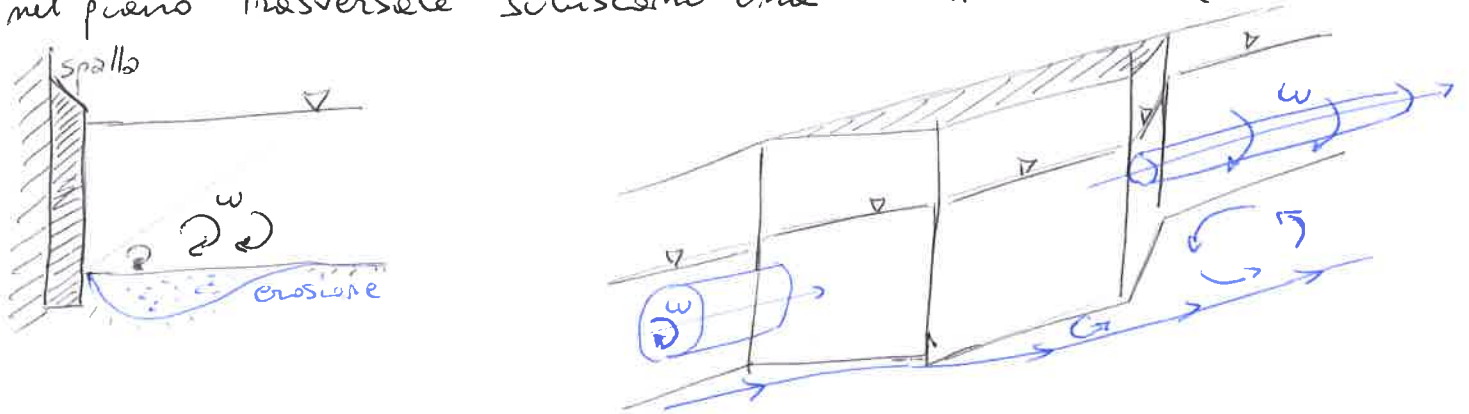
Quindi si può trovare lo scavo relativo

$$\frac{y_{sm}}{h_0} = R^{\frac{m-1}{m+n}} - 1 + \frac{F_0^2}{2} \left(R^{\frac{1+n}{m+n}} - 1 \right)$$

con i termini adimensionali e $m \approx 3 \div 5$, $n \approx 0 \div 1.5$

Effetti pluridimensionali

La distribuzione della velocità nella sezione di contrazione non è uniforme, specialmente per bassi rapporti tra il tirante e la lunghezza. In effetti la velocità in prossimità delle pareti laterali è generalmente maggiore della velocità media utilizzata nella teoria unidimensionale. Quindi le circolazioni secondarie nel piano trasversale subiscono una eccentricazione (vortex stretching).



Quindi aumente lo sforzo tangenziale al fondo in direzione trasversale che induce un'erosione localizzata, innescando uno scavo che rinforza e stabilizza la circolazione secondaria fino all'equilibrio locale tra le forze di trascinamento e le forze di gravità per il moto dei gran.

Confrontando il trasporto solido col moto incipiente, si fa riferimento alle formule di Meyer-Peter & Müller.

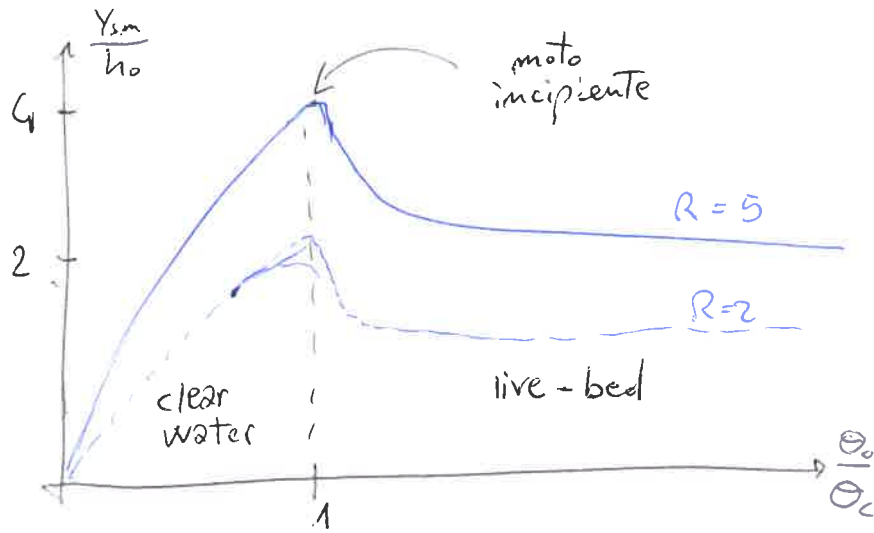
$$Q_s = 8 B d \sqrt{g \Delta d} (\theta_0 - \theta_c)^{3/2} \quad \frac{e}{h_0} = h_0 \frac{R^{6/7}}{\left(1 - \frac{\theta_c}{\theta_0} (1 - R^{2/3})\right)^{3/7}}$$

Nella sezione ristretta si può avere erosione anche quando nella sezione indisturbata la mobilità del materiale è inferiore alla mobilità critica ($\theta_0 \leq \theta_c$). L'erosione procede fino all'incipiente movimento.

$$\frac{y_{sm}}{h_0} = R^{6/7} \left(\frac{\theta_0}{\theta_c} \right)^{3/2} - 1$$

In queste condizioni lo scavo è maggiore di quello che si ha in condizioni di trasporto solido (live-bed scour).

$$\frac{y_{sm}}{h_0} = R^{6/7} \left(\frac{\theta_0}{\theta_c} \right)^{3/2} - 1 + \frac{F_{r_0}^2}{2} \left[R^{2/7} \left(\frac{\theta_c}{\theta_0} \right)^{6/7} - 1 \right]$$



Il trasporto erosivo viene esaltato dagli effetti secondari, quindi lo sviluppo dello scavo ha ~~effetti~~ un andamento monotono in acque chiare ed oscillatorio in trasporto.

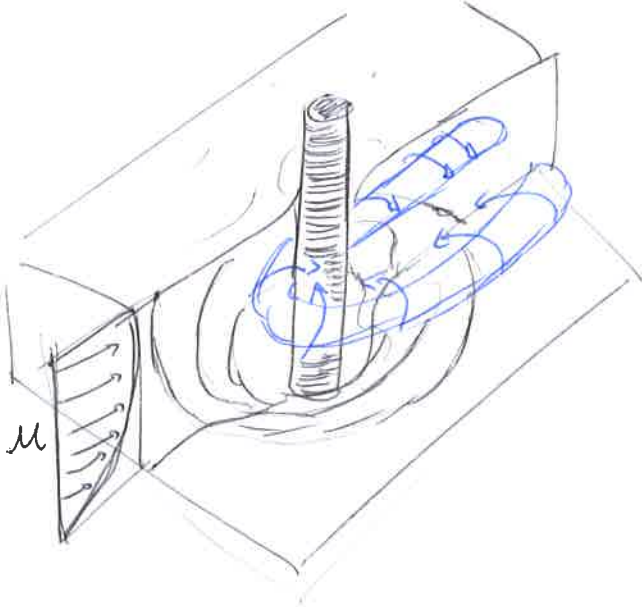
In condizioni di trasporto ($U_0 > U_{cr}$) si usa la formula empirica di Hoffmans

$$\frac{Y_{sm}}{h_0} = R^{2/3} - 1 + k_b \frac{B_0 - B_r}{h_0} \tanh \frac{h_0}{B_0 - B_r}$$

dove k_b è un coefficiente di forme del dispositivo in alveo. Invece l'effetto della granulometria è molto basso.

Pila di ponte

La pila di ponte inserita in un corso d'acqua può essere vista come un restringimento di sezione posto in mezzo alla corrente invece che sulle pareti laterali, quindi si affronta in maniera analoga al restringimento di sezione. Lo scavo inizia nella zona di massima accelerazione longitudinale, lateralmente rispetto alla pila, per propagarsi davanti e tergo della pila. Si dà luogo ad un unico vortice a ferro di cavallo.



Alle forme di scavo contribuiscono anche i vortici che si formano nelle scie della pila dovuti alla separazione dello strato limite.

I parametri che influenzano la massima entità dello scavo attorno alla pila sono: la velocità della corrente, il tirante, la larghezza, la tensione di fondo, la densità dell'acqua e del materiale, la viscosità, la gravità, la dimensione, e forma della pila e la granulometria. L'analisi dimensionale riduce i 13 parametri in 10 gruppi adimensionali.

Il problema può essere affrontato trattando lo scavo con la sovrapposizione degli effetti mono e pluridirezionali.

Con un modello fisico: $\frac{Y_{sm}}{D_p} = \frac{(Y_{sm})_{1D}}{h_0} \cdot \frac{h_0}{D_p} + \prod_j^s K_j$

Si fa riferimento alle condizioni standard di laboratorio introducendo i parametri correttivi in base alla forma, la mobilità della corrente, al numero di Froude, tirante e la granulometria.

Una pila a sezione quadrata crea una zona di separazione di corrente laterale con ingombro maggiore del letto e scavo maggiore di una pila circolare (K_{SF}).

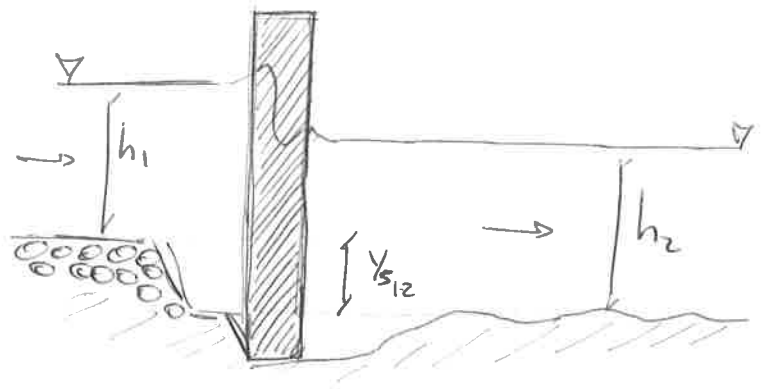
La dipendenza della massima entità di scavo dal parametro di mobilità si fa sentire in condizioni di incipiente movimento e acqua chiara ($\frac{\sigma_0}{\sigma_c}$).

Il numero di Froude è collegato alla mobilità dalla relazione di corrente indisturbata $F_r^2 = \frac{V^2}{g} \frac{\Delta \rho}{\rho} \frac{d}{h_0}$, ma la sua considerazione implica una sovrastima dello scavo.

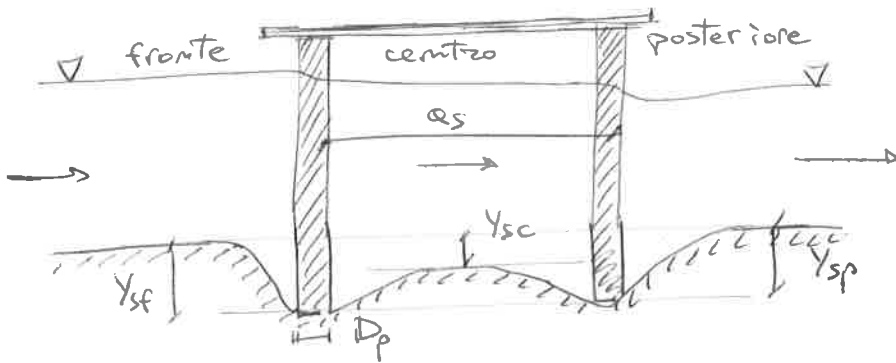
L'influenza del tirante è molto bassa perché lo scavo è dovuto ai moti secondari a ferro di cavallo ($\frac{h_0}{D_p}$).

Se la dimensione dei sedimenti è sufficientemente grande rispetto al diametro della pila, lo scavo massimo decresce sistematicamente al decrescere dello stesso ($\frac{D_p}{d}$).

Risultato fondamentale l'analisi granulometrica soprattutto in presenza di corazzamento e monte delle pile.



Per vincoli architettonici bisogna porre pile su più file, ottenendo un rinforzo dello scavo sulle pile di monte.



La presenza di una pile di monte provoca un effetto di nascondimento sulla pile di valle, riducendo lo scavo al centro.

1 ESERCIZI

RESISTENZA AL MOTO

Problema diretto



IPOTESI: parete idraulicamente scabra per primo tentativo

$$f^I = \left[-2 \log_{10} \left(\frac{es}{3,71 \cdot 4 R_H} \right) \right]^{-2}$$

Calcolo della velocità con moto uniforme

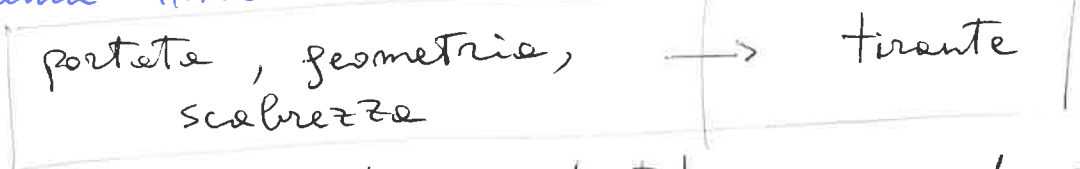
$$u^I = \sqrt{\frac{10 \cdot 2 g \cdot 4 R_H}{f^I}} \quad \text{e si ricava} \quad Re^I = \frac{u^I \cdot 4 R_H}{\nu}$$

Verifica: Re^I scabro accetta l'ipotesi, Re^I liscio si itera e

convergenza $f^I = \left[-2 \log_{10} \left(\frac{es}{3,71 \cdot 4 R_H} + \frac{2,51}{Re^{(i-1)} \sqrt{f^{(i-1)}}} \right) \right]^{-2}$

calcolo della portata $Q = u \cdot A$

Problema inverso



IPOTESI: tirante di primo tentativo e quindi parametri geometrici. $(A^I, R_H^I, B^I) = f(h^I)$.

calcolo della velocità $u^I = \frac{Q}{A^I}$

calcolo caratteristiche del moto $Re = \frac{u^I d}{\nu}$ e

$$f^I = \left[-2 \log_{10} \left(\frac{es}{3,71 \cdot 4 R_H} \right) \right]^{-2}$$

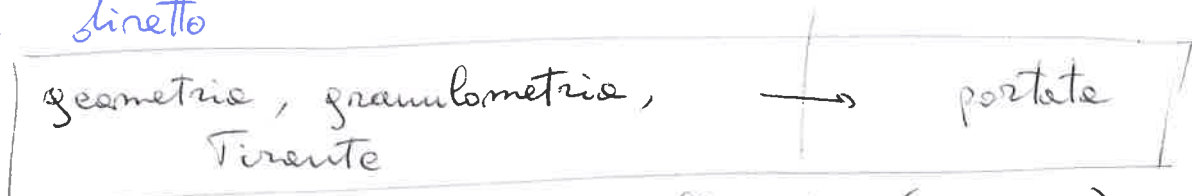
Verifica: moto uniforme tramite i valori di primo tentativo

$$Q^I = A^I \sqrt{\frac{8g}{f^I}} R_H^{-1/6} R_H^{2/3} \text{ if }^{1/2} \rightarrow Q \text{ nota}$$

convergenza per iterazione della portata al variare del tirante.

SCABREZZA VARIABILE ETEROGENEA

Problema diretto



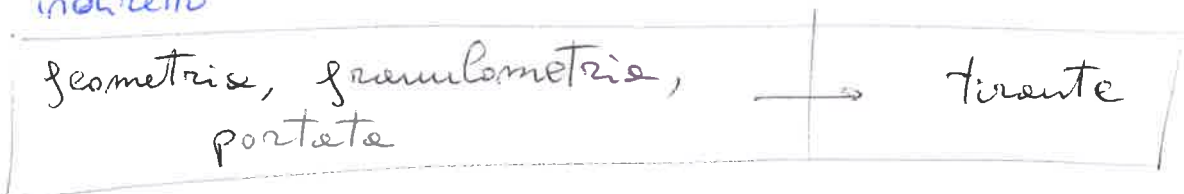
IPOTESI: tabella di Bray per i coefficienti (A, B, X)

calcolo della velocità di attrito $u_* = \sqrt{f g R_H \cdot i_f}$

calcolo della velocità media $U = u_* (A \ln X + B)$

calcolo della portata $Q = U \cdot A$

Problema indiretto



IPOTESI: tabella di Bray per i coefficienti (a, b, γ) , tirante
Te di prima ipotesi, quindi R_H^I .

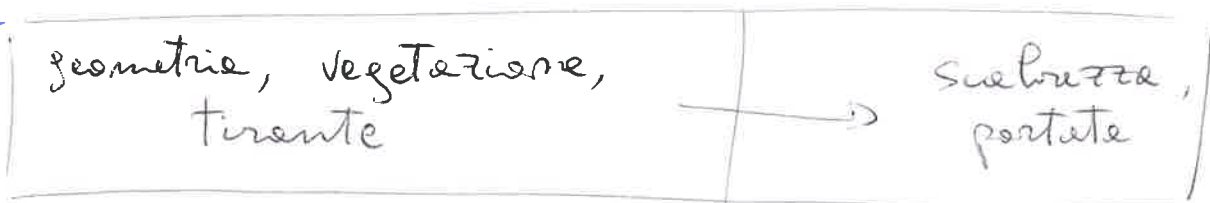
calcolo velocità di attrito $u_*^I = \sqrt{f g R_H^I \cdot i_f}$

calcolo della velocità media $U^I = u_*^I (a \gamma^b)$

calcolo e verifica: $Q^I = A U^I$ iterazione per Q nota,
variando l'ipotesi di tirante.

ALVEDO VEGETATO

Flessibile



IPOTESI: Tabella di Kouwen per i coefficienti (B_v, A_v)

calcolo parametri M_v e T_0 in base al tipo di vegetazione

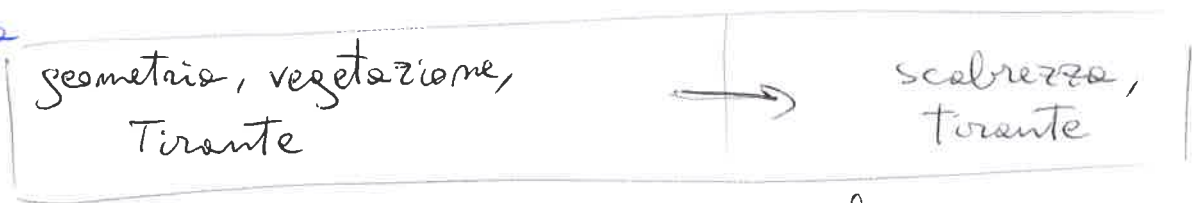
calcolo della scabrezza vegetale K_{veg}

calcolo scabrezza f_v con $\frac{1}{\sqrt{f_v}} = A_v \cdot \ln \frac{h_{veg}}{K_{veg}} + B_v$

calcolo velocità di Darcy Weisbach $u = \sqrt{\frac{10 \cdot 2g R_H \cdot i_f}{f_v}}$

calcolo della portata $Q = u \cdot A$

2 Rigido



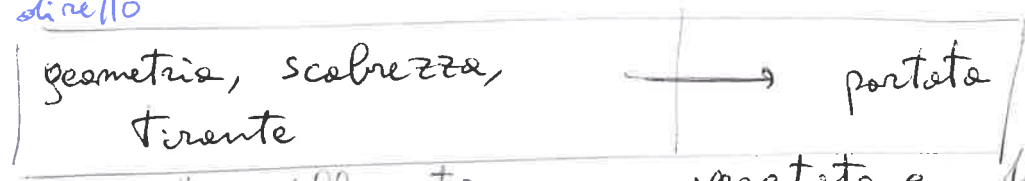
IPOTESI: geometria della vegetazione in alveo
 calcolo della scabrezza senza vegetazione K_{s0}
 calcolo della scabrezza equivalente

$$K_{seq} = \frac{K_{s0}}{\sqrt{1 + K_{s0}^2 \frac{C_n R_H^{1/3} \bar{d}h}{2g \alpha_x \alpha_y}}}$$

calcolo della portata in moto uniforme $Q = A K_{seq} R_H^{2/3} i_f^{1/2}$

CANALI A PARETI ETEROGENE

Problema diretto



IPOTESI: tre tratti: differenti, uno vegetato e due con
 grani.

$$K_{s1} = \frac{21,1}{d_{s0}^{1/6}} ; K_{s2} = \frac{26}{d_{s0}^{1/6}} ; K_{seq} = \frac{K_{s0}}{\sqrt{1 + K_{s0}^2 \frac{C_n R_H^{1/3} \bar{d}h}{2g \alpha_x \alpha_y}}}$$

calcolo scabrezza equivalente con tre metodi e portate:

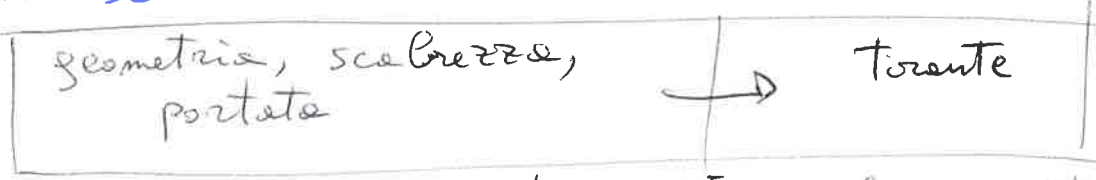
$$K_{seq}^A = \frac{K_{s1} + K_{s2} + K_{s3}}{3} \quad Q^A = A K_{seq}^A R_H^{2/3} i_f^{1/2}$$

$$K_{seq}^B = \frac{K_{s1} B_1 + K_{s2} B_2 + K_{s3} B_3}{B_1 + B_2 + B_3} \quad Q^B = A K_{seq}^B R_H^{2/3} i_f^{1/2}$$

$$K_{seq}^C = \left[\frac{B_1 + B_2 + B_3}{\sum_i K_{si}^{-2/3} \cdot B_i} \right]^{2/3} \quad Q^C = A K_{seq}^C R_H^{2/3} i_f^{1/2}$$

Velutazione delle portate in moto uniforme nei rispettivi
 metodi in favore di sicurezza $Q = Q_{max} [Q^A, Q^B, Q^C]$

Problema inverso



IPOTESI: tirante di primo tentativo h^I per la vegetazione, divisione della sezione in tratti differenti -

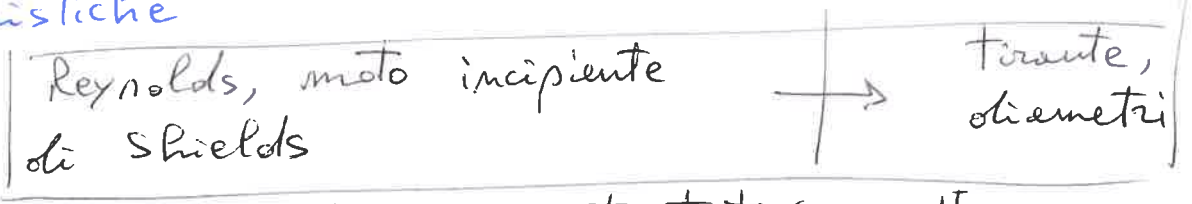
calcolo della scabrezza per ogni tratto k_{si} -

calcolo della scabrezza equivalente secondo i tre metodi con relative portate in moto uniforme -

Le portate più vicine a quella nota se iterata al variare del tirante ipotizzato -

MOTO INCIPIENTE

Caratteristiche



IPOTESI: diametro di primo tentativo d^I

calcolo della scabrezza di primo tentativo $k_s^I = \frac{26}{d_{50}^I 1/6}$ -

Dal moto uniforme, ricavare il tirante di primo tentativo

$$\frac{Q}{k_s^I} = (15h^I + 2h^{I2}) \left(\frac{15h^I + 2h^{I2}}{2\sqrt{15h^I + 15}} \right)^{2/3}$$

calcolo velocità $u^I = \frac{Q}{A^I}$

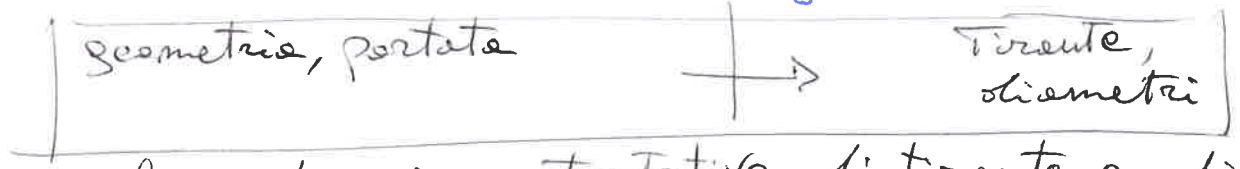
Grafico con $\xi = f\left(\frac{B}{h}\right)$, calcolo della velocità di attrito

$$u_* = \sqrt{\frac{\rho g h \xi}{\nu}} \quad \text{e} \quad Re = \frac{u_* d^I}{\nu}$$

calcolo parametro di mobilità $\Theta = f(Re) \approx 0,06$

velutare $d^I = \frac{u_*^2}{g \Delta \Theta_c}$ per iterazione -

3 Diametro minimo in Cassa Sommergenza



IPOTESI: valori di primo tentativo di torante e diametro, quindi θ_c^I con la formula empirica:

$$\theta_c = \theta_0 \left(1 + 0,67 \left(\frac{d}{h} \right)^{0,5} \right)$$

Un nuovo diametro è $d^{II} = \frac{u_*^2}{g \Delta \theta_c}$

calcolo velocità di attrito $u_* = \sqrt{g h^I i_f}$

calcolo $Re = \frac{u_* d^I}{\nu}$

Trovato il diametro d^{II} , iterazione nella formula empirica.

PARAMETRO DI SHIELDS

Stabilità dei massi



IPOTESI: valori di primo tentativo di Torante e diametro, per avere la geometria.

calcolo velocità di attrito $u_* = \sqrt{g h^I i_f}$

Si trova $\theta_{ck} = \theta_0 \cdot k$ con parametro tabulato.

Verifica: $d^I = \frac{u_*^2}{g \Delta \theta_{ck}}$ iterando a convergenza

utilizzo la formula empirica $\theta_{ck} = \theta_{ck} \left(\cos \alpha - \frac{\sin \alpha}{\tan \phi} \right)$

Effetto di nascondimento



Dal moto uniforme si ricava il Torante.

Per ogni diametro $\xi_i = \left(\frac{\log 18}{\log 18 \frac{d_i}{d}} \right)^2$ quindi $\theta_{ci} = \theta_{c0} \cdot \xi_i$

Valutare se c'è trasporto solido.

Portate critiche solide

portate liquide, geometrie,
granulometrie



portate solide

IPOTESI: moto uniforme per ottenere il tirante

calcolo parametro di mobilità $\Theta = \frac{h i_f}{\Delta d}$

calcolo portate solide con Meyer-Peter & Müller

$$Q_s = 8 B d \sqrt{g \Delta d} (\Theta - \Theta_c)^{1.5}$$

Pendenze critiche

portate Q/Q_s , geometrie,
granulometrie



pendenze

IPOTESI: incipienza di moto $\Theta \rightarrow \Theta_c$

Dalla formula di Meyer-Peter & Müller

$$\left(\frac{q_s}{d \sqrt{g \Delta d}} \right)^{2/3} \frac{1}{g^{2/3}} = \frac{i_{eq} R_H}{\Delta d} - \Theta_c$$

calcolo pendenze di equilibrio/critica

$$i_{eq} = \Theta_c \frac{\Delta d}{h} + 0,25 \left(\frac{q_s^*}{\sqrt{g \Delta}} \right)^{2/3} \frac{1}{h}$$